

## Proves d'accés a la universitat

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 1

---

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que permetin emmagatzemar dades o que puguin transmetre o rebre informació.

---

1. Considereu les matrius  $M$  de la forma  $M = \begin{pmatrix} 2 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$ , en què  $a$  és un nombre real.
  - a) Determineu  $a$  de manera que  $M^2 = \begin{pmatrix} 3 & 2a \\ -2a & -1 \end{pmatrix}$ .  
[1 punt]
  - b) Determineu  $a$  de manera que  $M^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , en què  $M^{-1}$  representa la matriu inversa de  $M$ . És a dir,  $M \cdot M^{-1} = I$ , en què  $I$  és la matriu identitat d'ordre 2.  
[1 punt]
2. Considereu la funció  $f(x) = \frac{x^2}{x-a}$ , en què  $a$  és un paràmetre real.
  - a) Trobeu per a quins valors del paràmetre  $a$  la recta tangent a la funció  $f$  en  $x = 1$  és paral·lela a la recta  $y + 3x + 5 = 0$ .  
[1 punt]
  - b) Per al valor del paràmetre  $a = 1$ , trobeu els intervals de creixement i decreixement i els punts on s'assoleixen els màxims i mínims relatius de la funció  $f$ .  
[1 punt]
3. En Pol va quedar ahir amb uns amics en un bar i van prendre 4 refrescos, 3 entrepans i 5 boles de gelat. Tot plegat els va costar 19,50 €. Dies enrere, havia anat al mateix bar amb el seu cosí Martí, i per 2 refrescos, 1 entrepà i 2 boles de gelat havien pagat 8,10 €. En aquest bar tots els refrescos valen el mateix, tots els entrepans tenen el mateix preu i les boles de gelat es venen també a preu únic.
  - a) Avui en Pol hi ha tornat amb uns altres amics i han pres 6 refrescos, 5 entrepans i 8 boles de gelat. Expliqueu raonadament quant han pagat en total.  
[1 punt]
  - b) Si 1 refresc, 1 entrepà i 1 bola de gelat costen 5,10 €, quant val el refresc, l'entrepà i la bola de gelat separatament?  
[1 punt]

4. Una empresa de materials per a cotxes fabrica dos models d'una peça determinada, que anomenarem A i B. Cada model es fabrica en una hora, mitjançant un procés que consta de dues fases. En la primera fase del procés s'hi destinen 5 treballadors, i en la segona, 12. Per a fabricar cada model, en la primera fase es necessita 1 treballador per a cada peça. En canvi, en la segona fase es necessiten 2 treballadors per al model A i 3 treballadors per al model B. El benefici que s'obté és de 40 € pel model A i 50 € pel model B.
- a) Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió factible.  
[1,25 punts]
- b) Quantes peces de cada model per hora s'hauran de fabricar per tal que el benefici sigui màxim? Quin és aquest benefici màxim?  
[0,75 punts]
5. Una companyia de mòbils va presentar fa un any un telèfon intel·ligent al preu de 750 €. Recentment, un estudi de mercat ha arribat a la conclusió que, amb aquest preu, compren el telèfon 2.000 clients al mes, i que la relació entre aquestes dues variables és lineal, de manera que per cada 10 € que s'incrementa el preu del mòbil, el compren 100 clients menys, i a l'inrevés: per cada 10 € de descompte sobre el preu inicial de 750 €, el compren 100 clients més.
- a) Deduïu que la funció que determina els ingressos mensuals de la companyia segons el preu del mòbil és  $I(p) = -10p^2 + 9.500p$ .  
[1 punt]
- b) Trobeu quin ha de ser el preu del mòbil per a obtenir ingressos, el preu del mòbil que dona els ingressos mensuals més elevats i el valor d'aquests ingressos màxims.  
[1 punt]
6. El nombre d'individus, en milions, d'una població ve determinat per la funció
- $$P(t) = \frac{5 + t^2}{(t + 1)^2},$$
- en què  $t$  mesura el nombre d'anys transcorreguts.
- a) Quina és la població inicial i la població després de 9 anys? A partir de quin moment la població serà inferior a un milió d'individus?  
[1 punt]
- b) Amb el pas dels anys, cap a quin valor tendirà el nombre d'individus de la població?  
[1 punt]



## Proves d'accés a la universitat

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 5

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que permetin emmagatzemar dades o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Sigui la funció  $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 4}$ .

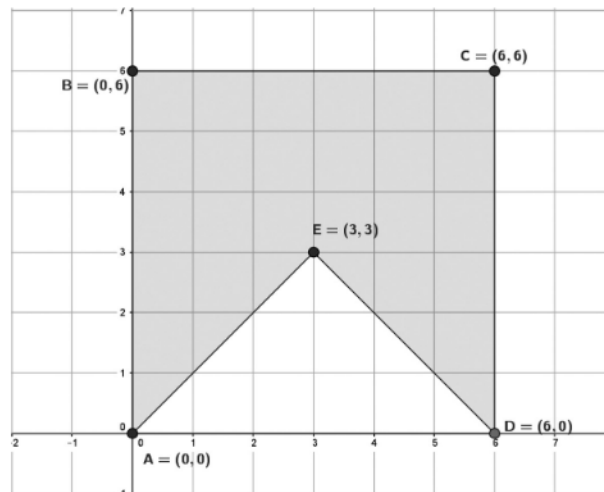
a) Indiqueu-ne justificadament el domini i determineu els punts en què la gràfica de  $f$  talla l'eix de les abscisses.

[1 punt]

b) Estudieu-ne el creixement i feu un esbós aproximat de la gràfica de la funció.

[1 punt]

2. Considereu el pentàgon  $ABCDE$  de la figura següent:



a) Justifiqueu que la regió ombrejada no es pot representar mitjançant un sistema d'inequacions.

[1 punt]

b) Escriviu el sistema d'inequacions que determina els punts de la frontera i de l'interior del triangle  $AED$ .

[1 punt]

3. Sigui  $y = f(x)$  una paràbola que té el vèrtex en el punt  $V = (0, -4)$  i talla l'eix de les abscisses en els punts  $(-2, 0)$  i  $(2, 0)$ .
- a) Determineu-ne l'equació.  
[1 punt]
- b) Sigui una funció  $g$  tal que  $g'(x) = f(x)$ . Estudieu el creixement de la funció  $g$ , determineu-ne les abscisses dels extrems relatius i classifiqueu-los.  
[1 punt]

4. Considereu el sistema d'equacions 
$$\left. \begin{array}{l} 2x - y - 1 = 0 \\ -x - y + 2 = 0 \end{array} \right\}$$

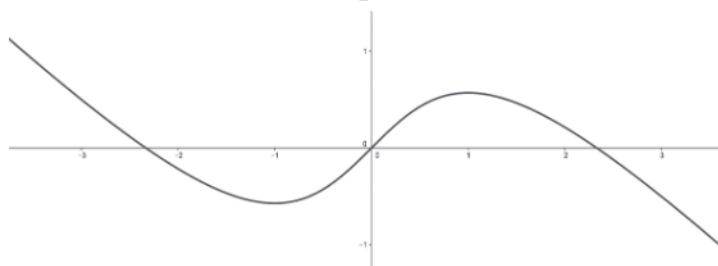
Justifiqueu si les afirmacions següents són certes:

- a) Aquest sistema d'equacions representa dues rectes paral·leles perquè totes dues tenen pendent  $-1$ .  
[1 punt]
- b) Aquest sistema és compatible determinat i la solució és  $x = 1, y = 1$ .  
[1 punt]

5. Un fabricant d'automòbils produeix els models Record i Astrid. Des de la producció en tres naus. A la primera nau té 150 vehicles del model Record i 120 vehicles del model Astrid. A la segona nau 80 Record i 140 Astrid. Finalment, a la tercera nau emmagatzema 250 Record i 125 Astrid. A més, el preu dels automòbils Record és de 6.520 €, mentre que cada Astrid val 8.130 €. Tota aquesta informació està recollida en les matrius següents:

$$A = \begin{pmatrix} 150 & 120 \\ 80 & 140 \\ 250 & 125 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 6.520 \\ 8.130 \end{pmatrix} \quad \text{i} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Què representa la matriu  $B \cdot A$ ? Calculeu-la.  
[1 punt]
- b) Què representa la matriu  $B \cdot A \cdot P$ ? Calculeu-la.  
[1 punt]
6. A continuació es mostra la gràfica d'una funció  $f$  que presenta un mínim relatiu en el punt d'abscissa  $x = -1$  i un màxim relatiu en el punt d'abscissa  $x = 1$ .



- a) Sabent que  $f'(0) = 1$ , determineu l'equació de la recta tangent a  $f$  que passa per l'origen de coordenades.  
[1 punt]
- b) Feu un esbós de la gràfica de la funció  $f'$  amb les dades de què disposeu.  
[1 punt]



Institut  
d'Estudis  
Catalans