UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso **2016-2017**

MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.
Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.
CALIFICACIÓN: Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos, la 3ª y la 4ª sobre 2 puntos. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas**.
TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. **Calificación máxima:** 3 puntos.

Dada la función $f(x) = \begin{cases} xe^{2x} & \text{si } x < 0\,, \\ \dfrac{\ln(x+1)}{x+1} & \text{si } x \geq 0\,, \end{cases}$ donde $\ln$ significa logaritmo neperiano, se pide:

a) (1 punto) Estudiar la continuidad y derivabilidad de $f(x)$ en $x = 0$.
b) (1 punto) Calcular $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
c) (1 punto) Calcular $\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,dx$.

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 3 puntos.

Dadas las rectas $r_1 \equiv \left\{ \begin{array}{l} 6x - y - z = 1, \\ 2x - y + z = 1 \end{array} \right.$ y $r_2 \equiv \left\{ \begin{array}{l} 3x - 5y - 2z = 3, \\ 3x + y + 4z = 3, \end{array} \right.$ se pide:

a) (1 punto) Estudiar la posición relativa de r_1 y r_2.
b) (1 punto) Calcular la distancia entre las dos rectas.
c) (1 punto) Hallar la ecuación del plano que contiene a r_1 y al punto $P(1, 2, 3)$.

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2 puntos.

Se dispone de tres aleaciones A, B y C que contienen, entre otros metales, oro y plata en las proporciones indicadas en la tabla adjunta.

	Oro (%)	Plata (%)
A	100	0
B	75	15
C	60	22

Se quiere obtener un lingote de 25 gramos, con una proporción del 72% de oro y una proporción del 16% de plata, tomando x gramos de A, y gramos de B y z gramos de C. Determínense las cantidades x, y, z.

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2 puntos.

Dados dos sucesos, A y B, de un experimento aleatorio, con probabilidades tales que $p(A) = \dfrac{4}{9}$, $p(B) = \dfrac{1}{2}$ y $p(A \cup B) = \dfrac{2}{3}$, se pide:

a) (1 punto) Comprobar si los sucesos A y B son independientes o no.
b) (1 punto) Calcular $p(\bar{A}|B)$, donde $\bar{A}$ denota el suceso complementario de A.

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y la matriz identidad $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:

a) (0.5 puntos) Calcular la matriz $B = (A - I)(2I + 2A)$.

b) (1.5 puntos) Determinar el rango de las matrices $A - I$, $A^2 - I$ y $A^3 - I$.

c) (1 punto) Calcular la matriz inversa de A^6, en caso de que exista.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 3 puntos.

Se considera la función $f(x) = \dfrac{e^{-x}}{x^2 + 1}$ y se pide:

a) (1 punto) Obtener la ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto de abscisa $x = 0$.

b) (1 punto) Estudiar la existencia de asíntotas horizontales y verticales de la función f y, en su caso, determinarlas.

c) (1 punto) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función y sus extremos relativos en el caso de que existan.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2 puntos.

Sea r la recta que pasa por los puntos $P_1(3, 2, 0)$ y $P_2(7, 0, 2)$. Se pide:

a) (1 punto) Hallar la distancia del punto $Q(3, 5, -3)$ a la recta r.

b) (1 punto) Hallar el punto de corte de la recta r con el plano perpendicular a r que pasa por el punto Q .

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2 puntos.

Se considera el triángulo cuyos vértices son los puntos $A(1, 3, -1)$, $B(3, 1, 0)$ y $C(2, 5, 1)$ y se pide:

a) (1 punto) Determinar razonadamente si el triángulo es equilátero, isósceles o escaleno.

b) (1 punto) Obtener las medidas de sus tres ángulos.