



Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques

Sèrie 2

Qualificació		TR
Qüestions	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
Suma de notes parcials		
Qualificació final		

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

Responeu a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

1. Considereu la paràbola $y = 4 - x^2$ i un valor $a > 0$.
 - a) Comproveu que l'equació de la recta tangent a la gràfica de la paràbola en el punt d'abscissa $x = a$ és $y = -2ax + a^2 + 4$ i calculeu els punts de tall d'aquesta recta tangent amb els eixos de coordenades.

[1,25 punts]

b) Calculeu el valor de $a > 0$ perquè l'àrea del triangle determinat per aquesta recta tangent i els eixos de coordenades sigui mínima.

[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 1	a	
	b	
	Total	

2. Considereu el sistema d'equacions lineals següent, que depèn del paràmetre real p :

$$\begin{cases} px + y + z = 2 \\ 2x + py + p^2z = 1 \\ 2x + y + z = 2 \end{cases}$$

a) Discuti el sistema per als diferents valors del paràmetre p .

[1,5 punts]

b) Resoleu, si és possible, el sistema per al cas $p = 2$.
[1 punt]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 2	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

3. Considereu el punt $P = (-1, 3, 1)$, el pla $\pi: x = y$ i la recta $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = z-2$.

a) Trobeu les coordenades del punt P' simètric a P respecte al pla π .

[1,25 punts]

b) De tots els plans que contenen la recta r , trobeu l'equació cartesiana del que és perpendicular al pla π .

[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 3	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

4. Sigui la funció $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$ definida en el domini $x > 0$, en què \ln és el logaritme neperià.
- a)** Trobeu les coordenades d'un punt de la corba $y = f(x)$ en el qual la recta tangent a la corba sigui horitzontal i analitzeu si la funció té un extrem relatiu en aquest punt.
[1 punt]

- b)** Determineu si la funció $f(x)$ té alguna asímptota horitzontal.
[0,5 punts]

- c) Calculeu l'àrea de la regió delimitada per la corba $y=f(x)$ i les rectes $x=1$ i $x=e$. Feu un dibuix aproximat de la gràfica de la funció en el domini $0 < x < 5$, en què quedi representada l'àrea que heu calculat.

[1 punt]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 4	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	<i>c</i>	
	Total	

5. *a)* Donada la matriu $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, resoleu l'equació matricial $A^2 X = A - 3I$, en què

I és la matriu identitat.

[1,25 punts]

- b)** Una matriu quadrada M satisfà que $M^3 - 3M^2 + 3M - I = 0$, en què I és la matriu identitat. Justifiqueu que M és invertible i expresseu la inversa de M en funció de les matrius M i I .

[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 5	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

6. Considereu la funció $f(x) = e^{x-1} - x - 1$.
- a) Estudieu-ne la continuïtat, els extrems relatius i els intervals de creixement i decreixement.
- [1,25 punts]

- b)** Demostreu que l'equació $f(x) = 0$ té exactament dues solucions entre $x = -1$ i $x = 3$.
[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 6	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

--	--

--	--

Etiqueta de l'alumne/a



Institut
d'Estudis
Catalans



Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques

Sèrie 5

Qualificació		TR
Qüestions	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
Suma de notes parcials		
Qualificació final		

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

Responen a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Poden utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Poden utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

1. Considereu les matrius $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ i $C = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$.

a) Raoneu que la matriu B és invertible i després calculeu B^{-1} .

[1,25 punts]

b) Calculeu la matriu X que satisfà la igualtat $A + B \cdot X = C \cdot A$.

[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 1	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

2. Siguin les funcions $f(x) = x^3 - 9x$ i $g(x) = 7x$.
- a)** Estudieu els intervals de creixement i decreixement de $f(x)$.
- [1,25 punts]

- b)** Calculeu l'àrea de la regió del semiplà $x \geq 0$ compresa entre les gràfiques de $f(x)$ i $g(x)$.
[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 2	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

3. Considereu els punts de l'espai tridimensional $A = (1, a, 1)$, $B = (a, 1, 2)$, $C = (1, 1, 1)$ i $D = (0, 0, 0)$, en què a és un paràmetre real.
- a)** Determineu el valor del paràmetre a per al qual els punts són diferents i coplanaris (és a dir, que hi ha un pla que els conté).
- [1,25 punts]

b) Per al valor $a = 2$, calculeu l'àrea del triangle de vèrtexs A , B i C .

[1,25 punts]

NOTA: Per a calcular l'àrea del triangle definit pels vectors \mathbf{v} i \mathbf{w} , podeu fer servir

l'expressió $S = \frac{1}{2} \|\mathbf{v} \times \mathbf{w}\|$, en què $\mathbf{v} \times \mathbf{w}$ és el producte vectorial dels vectors

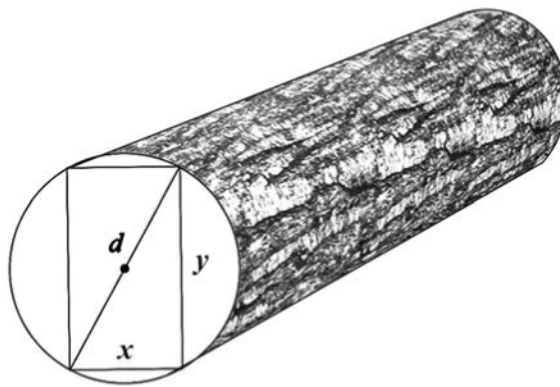
\mathbf{v} i \mathbf{w} .

Espai per al corrector/a		
Qüestió 3	a	
	b	
	Total	

4. La resistència al trencament R d'una biga de secció rectangular de base x i altura y és directament proporcional al producte xy^2 ; per tant, $R = kxy^2$, en què k és una constant positiva. Disposem d'un tronc de fusta en forma de cilindre de diàmetre d com el de la figura.

a) Comproveu que la resistència R de la biga rectangular de base x que podem construir amb aquest tronc ve donada per l'expressió $R = kx(d^2 - x^2)$.

[1,25 punts]



b) Calculeu les dimensions de la biga rectangular de resistència màxima que podem construir a partir d'aquest tronc i calculeu aquesta resistència màxima.

[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 4	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

5. Considereu el sistema d'equacions lineals següent, que depèn del paràmetre real a :

$$\begin{cases} x + 2y + az = 8 \\ 2x + y - az = 1 \\ 3x - 3az = 1 \end{cases}$$

a) Comproveu que, per a qualsevol valor del paràmetre a , el sistema d'equacions lineals no té solució.

[1,25 punts]

b) Interpreteu geomètricament el sistema d'equacions lineals. Feu un dibuix esquemàtic que representi la posició relativa dels tres plans.

[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 5	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

6. Resoleu les dues qüestions següents:

a) Sigui $f(x) = 2x^3 + mx^2 + nx + p$ una funció que té dos extrems relatius en $x = -3$ i en $x = 1$ i que passa pel punt $(3, 4)$. Calculeu els valors de m , n i p .

[1,25 punts]

- b)** Calculeu l'equació de la recta tangent a la funció $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ en $x = -3$.
[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 6	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

--	--

--	--

Etiqueta de l'alumne/a



Institut
d'Estudis
Catalans