

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Se proponen seis preguntas, de las que el estudiante debe resolver tres, a su elección. La nota final será la suma de las puntuaciones obtenidas en las tres preguntas, dividida por tres.

1.- (10 puntos) Un corredor aficionado tiene dos tipos de entrenamiento, el corto y el largo. En cada entrenamiento corto, al que dedica 1 hora, corre 15 km y consume 1200 kilocalorías. En cada entrenamiento largo, al que dedica 3 horas, corre 30 km y consume 2500 kilocalorías. Quiere planificar los entrenamientos del verano de forma que haga al menos 24 entrenamientos, pero no corra más de 660 km ni dedique más de 48 horas, en total. Si su objetivo es maximizar el número total de kilocalorías consumidas, plantear y resolver un problema de programación lineal para determinar cuántos entrenamientos de cada tipo tiene que hacer. ¿Cuántas kilocalorías consumirá en ese caso?

2.- (10 puntos) En un museo las entradas cuestan 1 euro para los niños, 2 euros para los jóvenes y 5 euros para los adultos. Ayer se recaudaron un total de 600 euros y se sabe que el número de adultos que visitó el museo fue igual al doble de la suma del número de niños más el número de jóvenes; además, si hubiesen visitado el museo 100 jóvenes más, el número de jóvenes habría sido igual a la suma del número de niños más el número de adultos. Plantear y resolver un sistema de ecuaciones lineales para determinar el número de niños, jóvenes y adultos que visitaron el museo.

3.- (10 puntos) Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 12}{x - 1}$$

Calcular:

a.- (1 punto) Dominio de  $f$ .

b.- (3 puntos) ¿Para qué valores de  $x$  se cumple  $f(x) < 0$ ?

c.- (2 puntos) Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.

d.- (4 puntos) Máximos y mínimos relativos de  $f$ .

4.- (10 puntos) Dada la función, definida para  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x+1} & \text{si } x < -1 \\ x^3 - 4x^2 + 2x - 10 & \text{si } -1 \leq x \leq 4 \\ \sqrt{4x^2 - 7x - 2x} & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

a.- (3 puntos) Estudiar la continuidad de  $f$ .

b.- (4,5 puntos) Calcular:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

c.- (2,5 puntos) Calcular:

$$\int_1^2 f(x) dx$$

5.- En una bolsa tenemos 8 bolas: 3 blancas, 1 roja y 4 negras. Extraemos dos bolas sin reemplazamiento. Calcular:

a.- (2 puntos) La probabilidad de que las dos sean blancas.

b.- (3 puntos) La probabilidad de que al menos una sea blanca.

c.- (2 puntos) La probabilidad de que las dos sean del mismo color.

d.- (3 puntos) Si las dos bolas son del mismo color, la probabilidad de que sean blancas.

6.- El ayuntamiento de una ciudad quiere estimar la proporción de hogares que tiene Internet de alta velocidad. Para ello, va a visitar una muestra aleatoria simple de hogares para saber si tienen Internet de alta velocidad y, a partir de los resultados, va a construir el intervalo de confianza correspondiente, a nivel de confianza del 94%.

a.- (6 puntos) Si quiere que el intervalo no tenga una amplitud mayor que 0.1, ¿qué tamaño de la muestra debe escoger?

b.- (4 puntos) Decide tomar una muestra de 200 hogares y, de ellos, 112 tienen Internet de alta velocidad. Calcular el intervalo de confianza al 94% para la proporción de hogares de la ciudad que tienen Internet de alta velocidad.

k	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

NOTA: En la tabla figuran los valores de  $P(Z \leq k)$  para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.

## CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

### CUESTIONES GENERALES:

En los criterios de evaluación se dan las puntuaciones para las distintas fases de realización de los ejercicios. En algunos ejercicios en los que hay más de una manera de resolverlos se dan criterios dependiendo de la forma de resolución; aún así, puede haber otras formas de resolver los problemas que no estén contempladas en los criterios expuestos. En este caso queda a criterio del corrector la forma de puntuar el ejercicio. En todo caso, debe darse por válida cualquier forma de resolución de los ejercicios, siempre que sea correcta y esté suficientemente razonada, por inusual o larga que sea.

Si el error se produce en un paso intermedio, el resto del ejercicio se corregirá dando como válido el valor (erróneo) obtenido por el estudiante y no se le penalizará por ello en el resto del ejercicio, a no ser que el error dé lugar a un ejercicio significativamente más sencillo que el original, en cuyo caso la puntuación queda a criterio del corrector. Como regla general, un pequeño error puntual de cuentas se penalizará con 0,25 puntos.

- 1.- (10 puntos) Escribir la función objetivo, 1 punto. Escribir las restricciones, 1,5 puntos, correspondiendo 0,5 puntos a cada una de las tres restricciones adicionales a las de no negatividad; no poner las condiciones de no negatividad se penaliza con 0,5 puntos. Dibujar correctamente la región factible, 1,5 puntos, y encontrar los puntos extremos, 4 puntos (si se encuentran los puntos extremos correctamente sin haber dibujado la región factible se asignan los 5,5 puntos). Evaluar la función objetivo en cada uno de los puntos extremos y encontrar el de máximas Kcal, 1,5 puntos. Dar el valor de esas Kcal, 0,5 puntos.
- 2.- (10 puntos) Plantear las ecuaciones, 4,5 puntos (1,5 puntos por cada ecuación). Se puntúa con 5,5 puntos la resolución del sistema (aunque sea a partir de un planteamiento erróneo, siempre que no dé lugar a un sistema mucho más sencillo que el original). Si se hace triangularizando, la triangularización vale 4 puntos (un error en la triangularización resta 1,5 puntos, dos errores 3 puntos y tres errores restan 4 puntos) y despejar los valores, 1,5 puntos (0,5 puntos por cada uno). Si se hace por Cramer, poner la fórmula adecuada (o aplicarla aun sin escribirla) vale 1 punto y calcular los determinantes, 4,5 puntos (se restan 1,5 puntos por cada determinante erróneo).
- 3.- (10 puntos)
  - (a) (1 punto). No se asignan puntuaciones intermedias en este apartado.
  - (b) Comprobar que el numerador no tiene raíces, 1 punto. Calcular el intervalo donde  $x$  es positiva, 2 puntos. Si se incluye el punto 1 se restan 0,5 puntos.
  - (c) Asíntota vertical, 0,5 puntos. Asíntota horizontal, 0,5 puntos. Asíntota oblicua, 1 punto (0,5 por cada parámetro).
  - (d) Calcular la derivada, 2 puntos. Obtener los puntos críticos, 1 punto. Determinar cuál es el mínimo y cuál el máximo, 1 punto (si lo hacen calculando la segunda derivada, ésta se valorará con 0,5 puntos).
- 4.- (10 puntos)
  - (a) Probar que es discontinua en  $x = -1$ , 1 punto. Probar que es continua en  $x = 4$ , 1 punto. Razonar que es continua en el resto de valores de  $x$ , 1 punto.
  - (b) Multiplicar y dividir por la expresión cambiada de signo y operar correctamente, 2,5 puntos. Calcular el límite, 2 puntos (si se llega a un límite incorrecto pero distinto de 0 e  $\infty$ , se valora con 1 punto esta parte final).
  - (c) Se puntúa con 0,5 puntos la integral indefinida de cada sumando y con 0,5 puntos la sustitución de los límites de integración.

**5.-** (10 puntos) Si el ejercicio se resuelve como si las extracciones se realizaran con reemplazamiento, se restará 1 punto por apartado en el que se haga.

- (a) Se asignan 2 puntos si se responde bien (no se asignan puntuaciones intermedias en este apartado, excepto si se resuelve con reemplazamiento, que se valora con 1 punto).
- (b) Si lo hacen pasando al complementario, 1 punto por pasar al complementario y 2 puntos por calcular la probabilidad de que ninguna sea blanca. Si lo hacen como probabilidad de la unión de sucesos elementales, se resta 1 punto por cada suceso que no pongan o calculen mal su probabilidad.
- (c) Se asignan 0,5 puntos por saber que es la suma de dos posibilidades y 1,5 puntos por calcular bien las dos probabilidades (0,5 puntos por calcular bien solo una de las probabilidades).
- (d) Por poner la fórmula correcta (teorema de Bayes u otra si es correcta), 1 punto. Sustituir correctamente y calcular, 2 puntos. Si usan algún valor incorrecto de apartados anteriores, se dará por correcto para este apartado. Si no ponen la fórmula explícitamente pero la aplican bien, se puntúa con 3 puntos el apartado.

**6.-** (10 puntos)

- (a) Saber qué cuantil buscar, 1,5 puntos. Encontrarlo, 1,5 puntos. Poner la fórmula del error, 1,5 puntos. Sustituir y calcular, 1,5 puntos (si se deja el valor  $n$  no entero o se toma el anterior en vez del posterior, se restan 0,5 puntos). Si el cálculo se realiza tomando el error (semiamplitud) como 0,1 en vez de 0,05, se restan 1,5 puntos.
- (b) Calcular  $\hat{p}$ , 1 punto. Calcular el error (semiamplitud del intervalo), 1,5 puntos; en esta parte se dará como correcto el cuantil del apartado a), aunque no lo sea. Si se usa en la estimación de la desviación típica un valor distinto a la proporción muestral, se restará 1 punto. Poner la fórmula del IC y calcularlo, 1,5 puntos.