



MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente cuatro preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen.

TIEMPO Y CALIFICACIÓN: 90 minutos. Cada ejercicio se calificará con un máximo de 2,5 puntos.

El estudiante deberá indicar la agrupación de preguntas que responderá. La selección de preguntas deberá realizarse conforme a las instrucciones planteadas, no siendo válido seleccionar preguntas que sumen más de 10 puntos, ni agrupaciones de preguntas que no coincidan con las indicadas, lo que puede conllevar la anulación de alguna pregunta que se salga de las instrucciones.

1A. Un bar realiza todas las semanas un pedido de cerveza y vino a uno de sus dos proveedores. El proveedor A le vende la cerveza a un euro el litro y el vino a dos euros el litro. El proveedor B le vende la cerveza al mismo precio que el A , pero el litro de vino se lo vende a m euros. Si realiza el pedido semanal al proveedor A paga 1000 euros, mientras que si lo realiza al proveedor B paga $500m$ euros.

- a) [0,5 puntos] Plantea un sistema de ecuaciones (en función de m) donde las incógnitas x e y sean los litros de cerveza y vino, respectivamente, comprados cada semana.
- b) [2 puntos] ¿Para qué valores de m el sistema anterior tiene solución? En caso de existir, ¿es siempre única? ¿Es posible que el precio del litro de vino en el proveedor B sea también de dos euros? En caso afirmativo, ¿cuánto vino compra por semana, si el pedido semanal de cerveza es de 400 litros? Determina la cantidad de cerveza y vino comprada semanalmente en cualquier otro caso, es decir, cuando el precio del litro de vino en el proveedor B no sea de dos euros.

1B. Las cantidades mínimas diarias recomendadas que debe ingerir una determinada mascota son: 6 unidades de hidratos de carbono, 18 unidades de proteínas y 4 unidades de grasas. Una empresa dedicada al cuidado de este tipo de mascotas plantea diseñar una dieta para las mismas basada en el consumo de latas de dos marcas distintas M_1 y M_2 . Se sabe que cada lata de la marca M_1 contiene 3 unidades de hidratos de carbono, 3 unidades de proteínas y 1 unidad de grasas y que cada lata de la marca M_2 contiene 1 unidad de hidratos de carbono, 9 unidades de proteínas y 1 unidad de grasas. Además se sabe que el precio de cada lata de la marca M_1 es de 22 euros y que el precio de cada lata de la marca M_2 es de 24 euros.

- a) [1,75 puntos] ¿Cuántas latas de cada tipo se puede dar en un día a la mascota para cumplir todos los requisitos anteriores relativos a su dieta? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Se le podría dar una lata de la marca M_1 y dos latas de la marca M_2 ?
- b) [0,75 puntos] ¿Cuántas latas de cada tipo se debería dar en un día a la mascota para que el precio de su alimentación sea mínimo? ¿y para minimizar el número de latas de tipo M_1 que come ese día?

2A. Se ha investigado la energía que produce una placa solar (f) en función del tiempo transcurrido, en horas, desde que amanece (x), obteniéndose que:

$$f(x) = \begin{cases} 10x - x^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 8 \\ \frac{a}{x^2} & \text{si } 8 < x \leq 12 \end{cases}$$

- a) [0,75 puntos] Determina el valor de a para que la energía producida varíe de forma continua al variar el tiempo transcurrido desde que amanece.
- b) [1,75 puntos] Considerando el valor de a obtenido en el apartado anterior, estudia y representa gráficamente la función f en todo su dominio. ¿En qué momento del día la placa produce más energía? ¿Cuánta energía produce en ese momento?



2B. Dada la función $f(x) = x^3 + 3x^2$, se pide:

- [0,5 puntos] Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(2) = 10$.
 - [2 puntos] Estudiar y representar gráficamente la función f en todo su dominio. Calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = -3,2$ y $x = -2$.
-

3A. Los cursos de monitor de esquí en determinada estación se reparten en tres turnos, A , B y C . Los alumnos del turno A representan el 20% del alumnado, los del turno B representan el 30% del alumnado y los del turno C representan el 50% restante. Además se sabe que el porcentaje de alumnos que aprueban el curso es del 95% en el turno A , 90% en el B y 92% en el C . Si se elige un alumno al azar,

- [1,25 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que haya aprobado el curso y no sea del turno B ?
 - [1,25 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que haya aprobado el curso o sea del turno B ?
-

3B. En el primer curso de un grado, el 60% de los estudiantes son mujeres y el 40% restante son hombres. Además se sabe que el 80% de las mujeres y el 75% de los hombres aprobaron el examen de matemáticas. Si se elige un estudiante de ese curso al azar,

- [1,25 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre y haya suspendido matemáticas?
 - [1,25 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que haya aprobado matemáticas?
-

4A. Se quiere hacer un estudio para estimar el porcentaje de declaraciones de la renta que son fraudulentas.*

- [1 punto] ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para que pueda estimarse la verdadera proporción de declaraciones fraudulentas a partir de la proporción muestral con un error de estimación máximo de 0,026 y un nivel de confianza del 90%?
 - [1,5 puntos] En una muestra aleatoria de 1000 declaraciones se obtuvo que 110 de ellas eran fraudulentas. En función de esta muestra obtén, con un nivel de confianza del 90%, un intervalo para estimar la proporción de declaraciones fraudulentas.
-

4B. Una fábrica de quesos quiere estudiar el tiempo que tarda el producto en estropearse si no se envasa. Para ello, considera una muestra de 324 quesos y observa que el tiempo medio hasta que se estropean es de 27 días. Se supone además que el tiempo hasta que se estropea el producto sigue una distribución normal con desviación típica 4 días.*

- [1,5 puntos] Construye un intervalo de confianza para el tiempo medio que tarda en estropearse este tipo de queso al 99% de confianza.
 - [1 punto] ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el verdadero tiempo medio a partir de la media muestral con un error de estimación máximo de 0,5 días y un nivel de confianza del 99%?
-

* Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1:
 $F(1,28) = 0,90$; $F(1,64) = 0,95$; $F(1,96) = 0,975$; $F(2,33) = 0,99$ y $F(2,58) = 0,995$.
