



## Evaluación para el Acceso a la Universidad

Convocatoria de 2019

Materia: MATEMÁTICAS II

**Instrucciones:** El estudiante deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B. Dentro de cada opción el estudiante elegirá **cuatro** ejercicios entre los cinco propuestos. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Se puede utilizar cualquier tipo de calculadora. Cada ejercicio completo puntúa 2,5 puntos. Duración de la prueba: 90 minutos.

### PROPUESTA A

**1A.** a) Estudia la continuidad en todo  $\mathbb{R}$  de la función  $f(x) = \frac{2x^3 - x^2 - x}{x^2 - 1}$  indicando los tipos de discontinuidad que aparecen. **(1,5 puntos)**

b) Calcula las coordenadas de los extremos relativos de la función  $g(x) = x e^{-x}$ . **(1 punto)**

**2A.** a) Calcula razonadamente el área del recinto cerrado limitado por las gráficas de las funciones  $f(x) = 16 - x^2$  y  $g(x) = (x + 2)^2 - 4$ . **(1,5 puntos)**

b) Encuentra razonadamente la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función  $f(x) = 16 - x^2$  en el punto de abscisa  $x = 1$ . **(1 punto)**

**3A.** a) Discute el siguiente sistema de ecuaciones lineales en función del parámetro  $a \in \mathbb{R}$

$$\left. \begin{array}{r} x - (a - 2)y - z = 1 \\ x - 2y + z = -4 \\ x - 3y + az = -a^2 \end{array} \right\} \quad (1,5 \text{ puntos})$$

b) Resuélvelo razonadamente para el valor  $a = 3$ . **(1 punto)**

**4A.** Dada la recta  $r \equiv \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$  y el plano  $\pi \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda + \mu \\ y = \lambda - \mu \\ z = -1 + 2\lambda \end{cases} \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}$ .

a) Determina razonadamente la posición relativa de  $r$  y  $\pi$ . **(1,25 puntos)**

b) Encuentra razonadamente la ecuación general del plano perpendicular al plano  $\pi$  y que contiene a la recta  $r$ . **(1,25 puntos)**

**5A.** a) Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio cuyas probabilidades son  $P(A)=0,75$  y  $P(B)=0,35$ . Calcula razonadamente las probabilidades que deben asignarse a los sucesos  $A \cup B$  y  $A \cap B$  en cada uno de los siguientes casos:

a1) Si A y B fuesen independientes. **(0,75 puntos)**

a2) Si  $P(A | B) = 0,6$ . **(0,5 puntos)**

**Nota:**  $P(A | B)$  denota la probabilidad condicionada.

b) El 1% de los cheques que recibe un banco no tienen fondos. Razona la respuesta de las siguientes preguntas:

b1) Si en una hora recibe cinco cheques, ¿cuál es la probabilidad de que tenga algún cheque sin fondos? Redondea el resultado a la centésima. **(0,75 puntos)**

b2) El banco dispone de cinco sucursales en una ciudad, ¿cuál es la probabilidad de que al menos tres sucursales de esa ciudad reciban algún cheque sin fondos? **(0,5 puntos)**

n	k	P												
		0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,33	0,35	0,40	0,45	0,49	0,50
5	0	0,9510	0,7738	0,5905	0,4437	0,3277	0,2373	0,1681	0,1317	0,1160	0,0778	0,0503	0,0345	0,0313
	1	0,0480	0,2036	0,3281	0,3915	0,4096	0,3955	0,3602	0,3292	0,3124	0,2592	0,2059	0,1657	0,1563
	2	0,0010	0,0214	0,0729	0,1382	0,2048	0,2637	0,3087	0,3292	0,3364	0,3456	0,3369	0,3185	0,3125
	3	0,0000	0,0011	0,0081	0,0244	0,0512	0,0879	0,1323	0,1646	0,1811	0,2304	0,2757	0,3060	0,3125
	4	0,0000	0,0000	0,0005	0,0022	0,0064	0,0146	0,0284	0,0412	0,0488	0,0768	0,1128	0,1470	0,1563
	5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0010	0,0024	0,0041	0,0053	0,0102	0,0185	0,0282	0,0313



Evaluación para el Acceso a la Universidad  
Convocatoria de 2019

Materia: MATEMÁTICAS II

**Instrucciones:** El estudiante deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B. Dentro de cada opción el estudiante elegirá **cuatro** ejercicios entre los cinco propuestos. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Se puede utilizar cualquier tipo de calculadora. Cada ejercicio completo puntúa 2,5 puntos. Duración de la prueba: 90 minutos.

PROPUESTA B

**1B.** a) Demuestra que la ecuación  $\sin x - 2x + 1 = 0$  tiene al menos una solución real en el intervalo  $[0, \pi]$ . **(1,5 puntos)**

b) Calcula razonadamente el número exacto de soluciones de la ecuación anterior cuando  $x \in [-200, 200]$ . **(1 punto)**

**2B.** Calcula razonadamente las siguientes integrales:

a)  $\int_0^1 (x+1)e^{-x} dx$       b)  $\int \frac{1}{\sqrt{x}(1+x)} dx$       **(1,25 puntos por integral)**

**Nota:** En la integral b) puede ayudarte hacer el cambio de variable  $t = \sqrt{x}$ .

**3B.** Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a \\ 1 & 0 & a+2 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Calcula razonadamente el rango de la matriz  $A$  según los valores del parámetro  $a \in \mathbb{R}$ . **(1 punto)**

b) Para  $a = 1$  calcula razonadamente la matriz  $X$  que verifica que  $X \cdot A = B - X$ . **(1,5 puntos)**

**4B.** a) Dados los vectores  $\vec{u} = (-1, 0, -2)$ ,  $\vec{v} = (a, b, 1)$  y  $\vec{w} = (2, 5, c)$ , halla razonadamente el valor de  $a$ ,  $b$  y  $c$  para que los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  sean ortogonales y para que el vector  $\vec{w}$  sea igual al producto vectorial de  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ . **(1,5 puntos)**

b) Determina razonadamente las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto  $P(-1, 3, 1)$  y es perpendicular al plano  $\pi \equiv x + y + 2z - 3 = 0$ . Comprueba si los puntos  $Q(1, 5, 5)$  y  $R(0, 4, 2)$  pertenecen o no a la recta. **(1 punto)**

**5B.** a) En la sala de pediatría de un hospital el 70 % de los pacientes son niñas. De los niños el 40 % son menores de 36 meses y de las niñas el 30 % tienen menos de 36 meses. Un pediatra entra en la sala y selecciona un paciente al azar. Calcula razonadamente la probabilidad de:

a1) Que no tenga menos de 36 meses. **(0,75 puntos)**

a2) Si el paciente resulta ser menor de 36 meses, que sea niña. **(0,5 puntos)**

b) En una de las pruebas de acceso al cuerpo de ingenieros de la Administración Pública se realiza un test de 100 ítems a 450 opositores. Cada ítem vale un punto y se supera la prueba si se obtienen al menos 75 puntos. Suponiendo que las puntuaciones obtenidas por los opositores siguen una distribución normal de media 60 puntos y desviación típica 10 puntos, calcula razonadamente:

b1) La probabilidad de obtener 75 o más puntos. **(0,75 puntos)**

b2) El número de opositores que obtuvieron menos de 75 puntos. **(0,5 puntos)**

a	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767