

MATEMÁTICAS II

2020 MODELO DE EXAMEN: El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que puede responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera.

1. Números y Álgebra:

a) Suponiendo que A e X son matrices cuadradas y que $A + I$ es invertible, despeje X en la ecuación $A - X = AX$.

b) Si $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, calcule X tal que $A - X = AX$.

2. Números y Álgebra:

Discuta, según los valores del parámetro m , el siguiente sistema:
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 0, \\ my + (3 - m)z = -6, \\ 2x - y + mz = 6. \end{cases}$$

3. Análisis:

a) Si $f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{si } x \in (0, e], \\ ax + b & \text{si } x \in (e, \infty), \end{cases}$ diga qué relación tiene que existir entre los parámetros a y b para que f sea continua y cuáles tienen que ser sus valores para que f sea derivable.

b) Calcule el área de la región encerrada por el eje X , la recta $x=4$ y la gráfica de $f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{si } x \in (0, e], \\ \frac{x}{e} & \text{si } x \in (e, \infty). \end{cases}$

4. Análisis:

a) De entre todos los triángulos rectángulos contenidos en el primer cuadrante que tienen un vértice en el origen, otro sobre la parábola $y = 4 - x^2$, un cateto sobre el eje X y el otro paralelo al eje Y , obtenga los catetos y la hipotenusa de aquel cuya área es máxima.

b) Enuncie los teoremas de Bolzano y de Rolle.

5. Geometría:

a) Estudie la posición relativa de los planos $\pi_1: mx - y + 2 = 0$ e $\pi_2: 2x + 3y = 0$ en función del parámetro m .

b) Obtenga la ecuación implícita del plano que pasa por los puntos $A(0,0,0)$, $B(1,0,1)$ y $C(0,1,0)$.

6. Geometría:

a) Obtenga la ecuación implícita del plano que pasa por el punto $P(1, -3, 0)$ y es perpendicular a la recta
$$\begin{cases} x - y + 2z = 1, \\ y - z = 0. \end{cases}$$

b) Calcule la distancia del punto $Q(1, 1, 1)$ al plano $\pi: -x + y + z + 4 = 0$ y el punto simétrico de Q respecto a π .

7. Estadística y Probabilidad:

En un determinado lugar, la temperatura máxima durante el mes de julio sigue una distribución normal de media 25°C y desviación típica 4°C . Calcule la probabilidad de que la temperatura máxima de un cierto día esté comprendida entre 21°C y 27.2°C . ¿En cuántos días del mes se espera que la temperatura máxima permanezca dentro de ese rango?

8. Estadística y Probabilidad:

El 40% de los habitantes de una cierta comarca tienen camelias, el 35% tienen rosas y el 21% tienen camelias y rosas. Si se elige al azar a un habitante de esa comarca, calcule las cinco probabilidades siguientes: de que tenga camelias o rosas; de que no tenga ni camelias ni rosas; de que tenga camelias, sabiendo que tiene rosas; de que tenga rosas, sabiendo que tiene camelias; y de que solamente tenga rosas o solamente tenga camelias.