

MATEMÁTICAS II

(El/La estudiante debe responder solamente las preguntas de una de las opciones. La puntuación máxima por preguntas es la siguiente: 1.ª pregunta: 2 puntos; 2.ª pregunta: 3 puntos; 3.ª pregunta: 3 puntos; 4.ª pregunta: 2 puntos).

OPCIÓN A

- Da resposta a los apartados siguientes:
 - Suponiendo que A y X son matrices cuadradas y que $A + I$ es invertible, despeja X en la ecuación $A - X = AX$.
 - Si $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, calcula X tal que $A - X = AX$.
- Da resposta a los apartados siguientes:
 - Mediante integración por partes, demuestra que $\int \ln x \, dx = x(\ln x - 1) + C$. Luego, demuestra la misma igualdad mediante derivación.
 - Si $f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{si } x \in (0, e], \\ ax + b & \text{si } x \in (e, \infty), \end{cases}$ di qué relación tiene que existir entre los parámetros a y b para que f sea continua y cuáles tienen que ser sus valores para que f sea derivable.
 - Calcula el área de la región encerrada por el eje X , la recta $x = 4$ y la gráfica de $f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{si } x \in (0, e], \\ \frac{x}{e} & \text{si } x \in (e, \infty). \end{cases}$
- Se pide:
 - Calcular el ángulo del intervalo $[0^\circ, 90^\circ]$ que forman los vectores $\vec{u} \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right)$ y $\vec{v} \left(-\frac{1}{2}, \frac{-1+\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$.
 - Obtener la ecuación implícita del plano que pasa por el punto $P(1, -3, 0)$ y es perpendicular a la recta $\begin{cases} x - y + 2z = 1, \\ y - z = 0. \end{cases}$
 - Calcular la distancia del punto $Q(1, 1, 1)$ al plano $\pi: -x + y + z + 4 = 0$ y el punto simétrico de Q respecto a π .
- Da resposta a los apartados siguientes:
 - El 40% de los habitantes de una cierta comarca tienen camelias, el 35% tienen rosas y el 21% tienen camelias y rosas. Si se elige al azar a un habitante de esa comarca, calcular las cinco probabilidades siguientes: de que tenga camelias o rosas; de que no tenga ni camelias ni rosas; de que tenga camelias, sabiendo que tiene rosas; de que tenga rosas, sabiendo que tiene camelias; y de que solamente tenga rosas o solamente tenga camelias.
 - Si en un auditorio hay 50 personas, ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos 2 hayan nacido en el mes de enero?

OPCIÓN B

- Da resposta a los apartados siguientes:
 - Discute, según los valores del parámetro m , el siguiente sistema:
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 0, \\ my + (3 - m)z = -6, \\ 2x - y + mz = 6. \end{cases}$$
 - Resuélvelo, si es posible, en los casos $m = 0$ y $m = 4$.
- Considérese la función $f(x) = x^2 e^{-x}$. Se pide:
 - Calcular los límites $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 - Determinar intervalos de crecimiento y de decrecimiento, extremos relativos y puntos de inflexión.
 - Calcular $\int f(x) dx$.
- Da resposta a los apartados siguientes:
 - Estudia la posición relativa de los planos $\pi_1: mx - y + 2 = 0$ y $\pi_2: 2x + 3y = 0$ en función del parámetro m .
 - Obtén la ecuación implícita del plano que pasa por los puntos $A(0, 0, 0)$, $B(1, 0, 1)$ y $C(0, 1, 0)$.
 - Calcula el punto simétrico del punto $P(1, 2, 3)$ con respecto al plano $\pi: -x + z = 0$.
- Da resposta a los apartados siguientes:
 - Sean A y B dos sucesos de un mismo espacio muestral. Calcula $P(A)$ si $P(B) = 0.8$, $P(A \cap B) = 0.2$ y $P(A \cup B)$ es el triple de $P(A)$.
 - En un determinado lugar, la temperatura máxima durante el mes de julio sigue una distribución normal de media 25°C y desviación típica 4°C . Calcula la probabilidad de que la temperatura máxima de un cierto día esté comprendida entre 21°C y 27.2°C . ¿En cuántos días del mes se espera que la temperatura máxima permanezca dentro de ese rango?