Universidad Pública de Navarra
Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Realiza cuatro preguntas de las ocho que se presentan

P1) Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a y resuélvelo en los casos en que es compatible:

$$\begin{cases} (a+1)x+(a^2+a)y=2 \\ (-a-1)x-a^2y=0 \\ ay+(a^2-1)z=3-a \end{cases}$$

Menciona el resultado teórico empleado y justifica su uso.

(2.5 puntos)

P2) Calcula la ecuación continua de una recta r sabiendo que corta a la recta $s \equiv \begin{cases} 3x+y-z-7=0 \\ x+y-5=0 \end{cases}$, es paralela al plano de ecuación $\pi \equiv 2x-y+3z-6=0$ y pasa por el punto $P \equiv (-1,3,1)$.

(2.5 puntos)

P3) Calcula los siguientes límites

$$\lim_{x\to 1}\left(2+\sin\frac{3\pi x}{2}\right)^{\frac{1}{x^2-x}} \qquad \text{(1.25 puntos)}$$

$$\lim_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^4-x^2+1}-\sqrt{x^4-7}\right) \qquad \text{(1.25 puntos)}$$

P4) Sea la función $f(x)=\left(1+\sin\frac{\pi x}{2}\right)^{x}$.

a) Demuestra que la función es continua en el intervalo $[1,2]$.

(0.75 puntos)

b) Demuestra que existe $\alpha \in (1,2)$ tal que $f'(\alpha)=0$. Enuncia los resultados teóricos empleados y justifica su uso.

(1.75 puntos)

P5) Sean A y B dos matrices de tamaño 3×3 tales que $|A| = |B| = \dfrac{1}{2}$. Calcula $|C|$ teniendo en cuenta que la matriz C es la siguiente:

$$C = (2 \cdot A^t \cdot B^{-1})^2$$

(2.5 puntos)

P6) Los puntos $A \equiv (-1, 2, 1)$ y $B \equiv (2, 5, 1)$ son dos vértices de un cuadrado. Halla los otros dos vértices sabiendo que están en la recta de ecuación

$$r \equiv \frac{x}{-1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{-4}$$

(2.5 puntos)

P7) Sea la función $f(x) = (x+3)^{\sin(\pi x)} \ln(x^2 - x + 2)$.

a) Demuestra que la función es continua en el intervalo $[-1, 0]$.

(1 punto)

b) Demuestra que existe $\alpha \in (-1, 0)$ tal que $f'(\alpha) = -\ln 2$. Enuncia los resultados teóricos empleados y justifica su uso.

(1.5 puntos)

P8) Encuentra los dos puntos en que se cortan las gráficas de estas dos funciones:

$$f(x) = \sin(\pi x) \text{ y } g(x) = |\, x^2 - x \,|$$

Calcula el área de la región del plano encerrada entre ambas gráficas.

(2.5 puntos)