

BLOQUE: ÁLGEBRA

A.1. [hasta 2,5 puntos]

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ m & n & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

- [0,75 puntos] Obtener los valores de los parámetros m y n para que la matriz A coincida con su traspuesta, y no tenga inversa.
- [0,75 puntos] Para $m = 0$ y $n = 3$, obtener, si se puede, la matriz inversa.
- [1 punto] Para $m = 0$ y $n = 3$, resolver la ecuación matricial:

$$X \cdot A + 2 I_3 = A^2$$

B.1. [hasta 2,5 puntos]

Una empresa produce dos tipos de camisas con perlas blancas, grises y rosas. Para hacer una camisa del tipo A hacen falta 20 perlas blancas, 20 grises y 30 rosas, mientras que para una camisa del tipo B se necesitan 10 perlas blancas, 20 grises y 60 rosas.

La empresa dispone de un máximo de 900 perlas blancas y 1400 grises, y decide utilizar al menos 1800 perlas rosas.

Se sabe que el beneficio que se obtiene por cada camisa del tipo A es de 60 euros, y por cada camisa del tipo B de 50 euros.

- [2 puntos] Calcula cuántas unidades de cada tipo de camisa debe producir para obtener el máximo beneficio, así como el valor de dicho beneficio.
- [0,5 puntos] ¿Es posible que la empresa fabrique 40 camisas del tipo A y 20 camisas del tipo B? Razona la respuesta.

BLOQUE: ANÁLISIS

A.2. [hasta 2,5 puntos]

Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 3x^2 & \text{si } x < 1 \\ ax + \frac{2}{x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

- a) **[0,5 puntos]** Determina el valor del parámetro a para que la función $f(x)$ sea continua en el punto $x = 1$.
- b) **[0,4 puntos]** En el caso $a = \frac{1}{2}$, determina la ecuación de la recta tangente a la función en el punto de abscisa $x = 2$.
- c) **[1 punto]** En el caso $a = 2$, realiza la representación gráfica de la función; para ello, calcula los máximos y mínimos relativos y los puntos de inflexión cuando $x < 1$.
- d) **[0,6 puntos]** Calcula:

$$\int \left(x^3 + 3x^2 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2} \right) dx$$

B.2. [hasta 2,5 puntos]

Se considera la función $f(x) = ax^3 + bx + 11$

- a) **[1 punto]** Calcula el valor de los parámetros a y b para que la función $f(x)$ tenga un extremo relativo en el punto $(2, 5)$.
- b) **[0,75 puntos]** En el caso $a = \frac{3}{8}$ y $b = \frac{-9}{2}$, estudia los extremos relativos y los puntos de inflexión de la función.
- c) **[0,75 puntos]** En el caso $a = \frac{3}{8}$ y $b = \frac{-9}{2}$, representa y calcula el área de la región limitada por la función, el eje de abscisas OX y las rectas $x = -2$ y $x = 2$.

BLOQUE: PROBABILIDAD

A.3. [hasta 2,5 puntos]

Dos cajas, A y B, contienen bolas de colores con la siguiente composición:

A: 5 blancas, 3 negras y 2 rojas

B: 4 blancas y 6 negras

Por otro lado, tenemos un dado que tiene 4 caras marcadas con la letra A y las otras dos con la letra B. Tiramos el dado, y sacamos una bola al azar de la caja que indica el dado.

- [1 punto] ¿Cuál es la probabilidad de que esa bola sea blanca?
- [0,5 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que esa bola sea roja?
- [1 punto] La bola extraída ha resultado ser blanca. ¿Cuál es la probabilidad de que proceda de la caja B?

B.3. [hasta 2,5 puntos]

Sean A, B, C, D, E , y F sucesos de un determinado experimento aleatorio.

- [0,75 puntos] Sabemos que $P(A) = 0,5$; $P(A \cup B) = 0,7$ y $P(A \cap B) = 0,4$.
Halla la probabilidad de que ocurra B .
- [1 punto] Sabemos que $P(C) = 0,4$; $P(D) = 0,3$ y $P(C \cup D) = 0,5$.
Halla la probabilidad de que ocurra C sabiendo que no ocurre D .
- [0,75 puntos] Sabemos que $P(E) = 0,6$; $P(F) = 0,8$, y que los sucesos E y F son independientes. Calcula la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos sucesos.

BLOQUE: INFERENCIA ESTADÍSTICA

A.4. *[hasta 2,5 puntos]*

En un test de empatía el 40 % de la población examinada obtuvo un resultado inferior a 4 puntos. Sabemos que el resultado del test sigue una distribución normal de media 4,8 puntos.

- [0,75 puntos]* Calcula la desviación típica de la distribución.
- [0,75 puntos]* Si la desviación típica es 3,14 puntos, ¿qué puntuación es superada únicamente por el 35 % de la población?
- [1 punto]* Si la desviación típica es 3,14 puntos, ¿qué porcentaje de la población tiene un resultado que se diferencia de la media en menos de 2 puntos?

B.4. *[hasta 2,5 puntos]*

El gasto que realizan los jóvenes de una determinada ciudad durante un fin de semana es una variable aleatoria que sigue una distribución normal de media μ desconocida y desviación típica 6 euros.

- [1,5 puntos]* Se toma una muestra aleatoria simple, y se obtiene que el intervalo de confianza para la media es $(24,47, 26,43)$ con un nivel de confianza del 95 %. Calcula el valor de la media muestral y el tamaño de la muestra elegida.
- [1 punto]*. Se ha seleccionado otra muestra de tamaño 49 para estimar μ . Calcula el error máximo admisible cometido para dicha estimación con un nivel de confianza del 97 %.