

6. El preu en euros d'una pedra preciosa és cinc vegades el quadrat del seu pes en grams. Si tenim una pedra preciosa de 8 grams i ens plantegem partir-la en dos trossos:
- Quin pes ha de tenir cadascun dels trossos perquè el conjunt valgui el mínim possible? *[1 punt]*
 - Quin és el preu mínim i el preu màxim que pot valer aquest conjunt? *[1 punt]*

Buscatusclases



Solució:

a) Anomenem x i y el pes en grams de cadascun dels dos trossos. D'una banda tenim la condició $x + y = 8$, d'on $y = 8 - x$. D'altra banda, els possibles valors de x corresponen a l'interval $[0,8]$. El preu vindrà donat per la funció

$$P(x) = 5x^2 + 5y^2 = 5x^2 + 5(8 - x)^2 = 10x^2 - 80x + 320.$$

Per a trobar el mínim, fem la derivada i iguaem a zero $P'(x) = 0$, és a dir, $20x - 80 = 0$, d'on obtenim $x = 4$. Com que la funció $P'(x)$ és negativa per als valors inferiors a $x = 4$ i positiva per als punts superiors, deduïm que es tracta d'un mínim.

Per tant, el preu mínim s'obté quan els dos trossos pesen 4 grams cadascun.

b) Els màxims i mínims absoluts de la funció els trobarem entre els relatius i els extrems de l'interval $[0,8]$. Observem que $P(0) = P(8) = 320$ i $P(4) = 160$. Per tant, el preu mínim que podem pagar és de 160 euros quan els dos trossos són de 4 grams i el preu màxim és de 320 euros quan tenim un únic tros, és a dir, un tros de 0 grams i l'altre de 8 grams.