4. Un granger vol construir un corral rectangular per als seus conills. Sabem que només disposa de 40 m lineals de tanca metàl·lica.

a) Anomenem x l'amplària del corral i y la seva llargària. Escriviu la funció que permet calcular l'àrea del corral tenint en compte només l'amplària x.
[1,25 punts]

b) Calculeu en quin punt assoleix el seu màxim la funció que heu trobat a l'apartat anterior. Deduïu quina ha de ser l'amplària x i quina la llargària y perquè el corral tingui l'àrea màxima. Quina serà aquesta àrea màxima?
[1,25 punts]

Solució:

4.

a) L'àrea del corral serà donada per l'expressió $A(x, y) = x \cdot y$.

Com que el perímetre està fixat i és de 40 metres, tenim que $2x + 2y = 40$. Aïllant d'aquesta expressió la variable y, obtenim que $y = 20 - x$, i substituint aquesta expressió en la funció àrea A, tenim que:

$$A(x) = x(20 - x) = 20x - x^2$$

b) Com que volem trobar un màxim de la funció $A(x)$, derivarem la funció $A(x)$ i la igualarem a 0.

$A'(x) = 20 - 2x$.

Imposem $A'(x) = 0$ i obtenim $x = 10$ metres. Observem que es tracta d'un màxim perquè la derivada és positiva per a valors inferiors a 10 i és negativa per a valors superiors. Per tant, l'amplària del corral d'àrea màxima és de $x = 10$ metres.

Sabem que la llargària ve donada per l'expressió $y = 20 - x$. Substituint la x per 10, obtenim que $y = 10$ metres.

Deduïm, per tant, que en realitat es tracta d'un quadrat de costat $x = 10$ metres i tindrà per àrea $A(10) = 100\ m^2$.