2. En una pastisseria volen preparar capsetes de panellets per a obsequiar els millors clients durant la setmana de la Castanyada. En total, disposen de 120 panellets de pinyons i de 150 panellets de coco. Volen preparar capsetes de dos tipus: les del primer tipus contindran 3 panellets de pinyons i 2 de coco, i les del segon tipus contindran 4 panellets de pinyons i 6 de coco. La idea de la pastisseria és preparar el nombre màxim de capsetes possible amb els panellets de què disposen tenint en compte que, com a mínim, han de preparar 9 capsetes de cada tipus.

a) Determineu la funció objectiu i les restriccions. Dibuixeu la regió factible.
[1,25 punts]

b) Determineu quantes capsetes cal preparar de cada tipus per a fer el màxim nombre d'obsequis possible. Indiqueu si, en aquest cas, s'utilitzaran tots els panellets disponibles i, si no és així, quants en sobraran de cada tipus.
[1,25 punts]

Solució:

2.

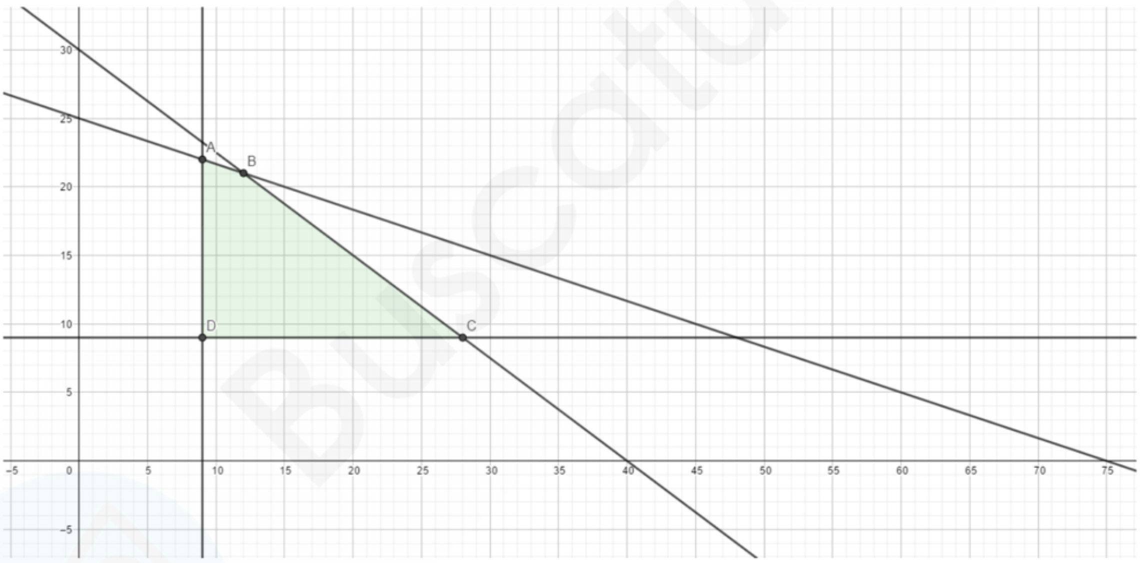
a) Denotem per x el nombre de capsetes del primer tipus, i per y, el nombre de capsetes del segon tipus. El sistema d'inequacions donat per les restriccions és:

$$\begin{cases} x \geq 9 \\ y \geq 9 \\ 3\,x + 4\,y \leq 120 \\ 2\,x + 6\,y \leq 150 \end{cases}$$

Podem simplificar una mica el sistema i treballar amb el sistema següent:

$$\begin{cases} x \geq 9 \\ y \geq 9 \\ 3\,x + 4\,y \leq 120 \\ x + 3\,y \leq 75 \end{cases}$$

La funció objectiu és $F(x, y) = x + y$, que ens dona el nombre total de capsetes, i la volem maximitzar. La regió factible serà:



b) Els vèrtexs de la regió factible són: $A = (9{,}22)$, $B = (12{,}21)$, $C = (28{,}9)$ i $D = (9{,}9)$. Avaluant la funció objectiu als quatre vèrtexs s'obté:

$F(A) = 31$, $F(B) = 33$, $F(C) = 37$ i $F(D) = 18$.

Deduïm, per tant, que per disposar del nombre màxim de capsetes possibles per obsequiar els clients hauran de fer-ne 28 del primer tipus i 9 del segon tipus. En aquest cas, veiem que s'utilitzen tots els panellets de pinyons, ja que $3 \cdot 28 + 4 \cdot 9 = 120$. Dels panellets de coco, en canvi, en fem servir $2 \cdot 28 + 6 \cdot 9 = 110$. Per tant sobren 40 panellets de coco.

2. Per tal de vendre un excés de producció de 100 banyadors i 200 parells de xancletes, una botiga de roba de platja prepara dues promocions: l'oferta blava i l'oferta groga. L'oferta blava consisteix en un lot amb tres parells de xancletes i un banyador per 50 €, i l'oferta groga, en un lot amb un parell de xancletes i dos banyadors per 30 €. Per a complir els propòsits de la botiga, caldria que el nombre de lots venuts de l'oferta blava fos la meitat o més que el nombre de lots venuts de l'oferta groga.

a) Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió de les possibles opcions de venda que té la botiga.
[1,25 punts]

b) Quants lots de cada tipus s'hauran de vendre per a optimitzar els ingressos? Quins seran aquests ingressos?
[1,25 punts]

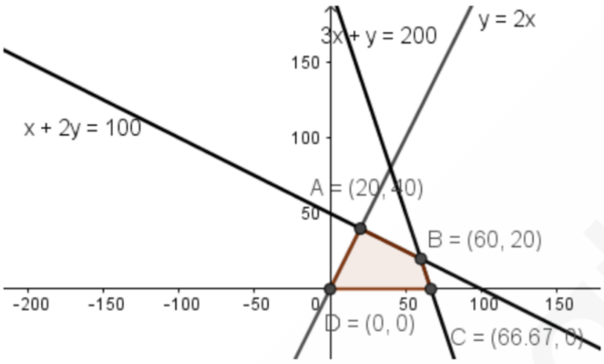
Solució:

a)

Considerem x = lots venuts de l'oferta *Blava* i y = lots venuts de l'oferta *Groga.*

Tenim les següents restriccions:

$$\begin{cases} 3x + y \leq 200 \\ x + 2y \leq 100 \\ x \geq (\frac{1}{2})y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



Finalment, la funció objectiu és $Ingressos(x, y) = 50x + 30y$.

b)

Els vèrtexs de la regió factible són (0,0), (20,40), (60,20) i $(\frac{200}{3}, 0)$. Per veure quan obtenim els ingressos màxims calculem el valor de la funció objectiu en els vèrtexs:

$$Ingressos((0,0)) = 0\ €,$$

$$Ingressos((20,40)) = 50 \cdot 20 + 30 \cdot 40 = 2.200\ €\ ,$$

$$Ingressos((60,20)) = 50 \cdot 60 + 30 \cdot 20 = 3.600\ €\ ,$$

$$Ingressos((200/3,0)) = 50 \cdot 200/3 + 30 \cdot 0 = 3.333'33\ €\ .$$

Per tant caldrà vendre 60 lots de l'oferta *Blava* i 20 de l'oferta *Groga* i s'obtindrà uns ingressos màxims de 3.600 euros.