

3. Un inversor ha obtingut un benefici de 1.500 € després d'invertir un total de 40.000 € en tres empreses diferents. Aquests beneficis es desglossen de la manera següent: la quantitat invertida en l'empresa A li ha reportat un 2 % de beneficis, la quantitat invertida en l'empresa B, un 5 %, i la quantitat invertida en l'empresa C, un 7 %. Els diners invertits en l'empresa B han estat els mateixos que en les altres dues empreses juntes. Quina va ser la quantitat invertida en cada una de les tres empreses?
[2 punts]

Buscatusclases



Solució:

Anomenem x la quantitat invertida en l'empresa A, y la quantitat invertida en l'empresa B i z la quantitat invertida en l'empresa C. A partir de les condicions de l'enunciat, obtenim el següent sistema d'equacions:

$$\begin{cases} x + y + z = 40.000 \\ x + z = y \\ 0,02x + 0,05y + 0,07z = 1.500 \end{cases}$$

Que és equivalent al sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 40.000 \\ x - y + z = 0 \\ 2x + 5y + 7z = 150.000 \end{cases}$$

El resollem mitjançant el mètode de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 40.000 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 7 & 150.000 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 40.000 \\ 0 & -2 & 0 & -40.000 \\ 0 & 3 & 5 & 70.000 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 40.000 \\ 0 & 1 & 0 & 20.000 \\ 0 & 0 & 5 & 10.000 \end{array} \right).$$

A partir d'aquí, obtenim que $z = 2.000$ €, $y = 20.000$ € i $x = 18.000$ €.

5. Resoleu les preguntes següents:

a) Trobeu les matrius A i B que compleixen que $A - 2B = \begin{pmatrix} 1 & 13 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$ i

$$2A + 3B = \begin{pmatrix} 2 & -9 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}.$$

[1 punt]

b) Determineu el valor de a , b , c i d perquè es verifiqui que

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ a & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & c \\ 2 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b & -5 \\ d & -7 \end{pmatrix}.$$

[1 punt]

Solució:

a) Observem que $2(A - 2B) - (2A + 3B) = -7B$. Per tant,

$$-7B = 2 \begin{pmatrix} 1 & 13 \\ 0 & -5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -9 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}.$$

D'aquí obtenim que $B = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. I, d'altra banda, $A = 2B + \begin{pmatrix} 1 & 13 \\ 0 & -5 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 13 \\ 0 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

b) Calculem el producte de matrius $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ a & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & c \\ 2 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & c-8 \\ 2 & ac-4 \end{pmatrix}$. Per tant, tenim que $\begin{pmatrix} 4 & c-8 \\ 2 & ac-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b & -5 \\ d & -7 \end{pmatrix}$. D'aquí obtenim que $b = 4$, $c - 8 = -5$, és a dir, $c = 3$, $d = 2$ i $ac - 4 = -7$, per tant, $3a = -3$, és a dir, $a = -1$.