

1. Volem enviar una data codificada. Per a fer-ho, considerem el vector de tres components  $X = (d \ m \ a)$ , en el qual  $d$  expressa el dia,  $m$  el mes i  $a$  l'any. Tot seguit, fem l'operació  $X \cdot A + B$ , en què  $A$  i  $B$  són les matrius

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ i } B = (5 \quad -5 \quad 5).$$

El resultat d'aquesta operació és el vector codificat que enviem.

- a) Si la data que volem enviar és l'1 de gener de 2019, és a dir, si  $X = (1 \ 1 \ 2019)$ , quin és el vector codificat que enviarem? [0,75 punts]
- b) Si el vector codificat que ens ha arribat és  $(2036 \ 1 \ -13)$ , quina és la data sense codificar? [1,25 punts]

## Solució:

a) Si calculem el vector codificat obtenim

$$(1 \ 1 \ 2019) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + (5 \ -5 \ 5) = (2025 \ -4 \ 3).$$

Per tant, el vector que hem d'enviar és  $(2025 \ -4 \ 3)$ .

b) En aquest cas, si  $(x \ y \ z)$  és el vector de la data sense codificar, tenim

$$(x \ y \ z) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + (5 \ -5 \ 5) = (2036 \ 1 \ -13).$$

Fent les operacions, trobem que hem de resoldre el sistema següent:

$$\begin{cases} x + z + 5 = 2036 \\ y - 5 = 1 \\ -x - y + 5 = -13 \end{cases}$$

Aquest sistema té per solucions  $x = 12$ ,  $y = 6$  i  $z = 2019$ . És a dir, la data buscada és el 12 de juny de 2019.

4. En tres sortejos consecutius de la Lotto 6/49 hi ha hagut 51 persones que han encertat els 6 números de la combinació guanyadora en algun dels tres sortejos. El nombre de persones que van encertar la combinació guanyadora en el tercer sorteig és la meitat del total de persones que la van encertar en els dos primers sortejos junts. També sabem que el nombre de persones que van encertar la combinació guanyadora en el primer sorteig supera en 11 el total de persones que van encertar-la en el segon i en el tercer sortejos junts. Amb aquestes dades, calculeu quantes persones van encertar la combinació guanyadora de la Lotto 6/49 en cada un dels tres sortejos. [2 punts]

## Solució:

Anomenem  $x$ ,  $y$  i  $z$  al nombre de persones que han encertat la combinació guanyadora en el primer, el segon i el tercer sorteig, respectivament.

El sistema que obtenim és el següent:

$$\begin{cases} x + y + z = 51 \\ z = \frac{x + y}{2} \\ x - 11 = y + z \end{cases}$$

És a dir,

$$\begin{cases} x + y + z = 51 \\ x + y - 2z = 0 \\ x - y - z = 11 \end{cases}$$

Si el resollem aplicant el mètode de Gauss tenim:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 51 \\ 1 & -1 & -1 & 11 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{array} \right) \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 51 \\ 0 & 2 & 2 & 40 \\ 0 & 0 & 3 & 51 \end{array} \right),$$

d'on deduïm que  $z = 17$ ,  $y = 3$  i  $x = 31$ . Per tant, en el primer sorteig van encertar la combinació guanyadora 31 persones; en el segon, 3, i en el tercer, 17.