

2. Per a la campanya d'aquest estiu, una botiga d'esports que ven patinets elèctrics espera vendre 40 patinets a un preu de 1.000 € per patinet. Segons un estudi de mercat, la relació entre el nombre de vegades que es rebaixa el preu del patinet en 50 € i el nombre de patinets venuts és lineal, i, per cada 50 € de rebaixa en el preu de venda de cada patinet, hi haurà un increment de les vendes de 10 patinets més.
- a)* Escriviu la funció d'ingressos de la botiga en funció del nombre de vegades que rebaixi en 50 € el preu inicial de 1.000 € del patinet. [1 punt]
- b)* Trobeu quin ha de ser el preu del patinet per tal d'obtenir els ingressos màxims. Trobeu també el nombre de patinets que es vendran i els ingressos que s'obtindran amb aquest preu. [1 punt]

Solució:

a) La funció d'ingressos de la empresa serà el nombre de patinets multiplicat pel preu de cada patinet:

$$I(x) = (40 + 10x) \cdot (1.000 - 50x),$$

on x és el nombre de vegades que es rebaixa el preu de cada patinet en 50 euros.

Fent el producte, obtenim que la funció d'ingressos serà la següent:

$$I(x) = -500x^2 + 8.000x + 40.000.$$

b) Per calcular els ingressos màxims, derivem la funció:

$$I'(x) = -1.000x + 8.000,$$

i, tot seguit, la igulem a zero:

$$I'(x) = 0 \rightarrow x = \frac{8.000}{1.000} = 8.$$

Comprovem que aquest valor correspon a un màxim perquè la derivada és positiva per $x < 8$ i negativa per $x > 8$.

El preu del patinet pel qual s'aconsegueixen els ingressos màxims serà de $1.000 - 50 \cdot 8 = 600$ euros, i el nombre de patinets que es vendran serà de $40 + 10 \cdot 8 = 120$ patinets. Finalment, els ingressos que s'obtidran seran de $120 \cdot 600 = 72.000$ euros.