

3. Una coneguda marca fabrica dues versions d'una mateixa fragància: el perfum, que és més concentrat i que es ven en ampolles petites que costen 70 euros, i la colònia, que és més diluïda i que es ven en ampolles més grans a 82 euros. En la fabricació cal barrejar dos ingredients: l'ingredient A (que conté l'aroma concentrat) i l'ingredient B (que conté alcohol i altres substàncies). En aquests moments el fabricant disposa de 5.000 ml de l'ingredient A i de 30.000 ml de l'ingredient B. Per a fabricar una ampolla de perfum calen 10 ml de l'ingredient A i 40 ml de l'ingredient B, i per a fabricar-ne una de colònia calen 10 ml de l'ingredient A i 90 ml de l'ingredient B. Les comandes actuals obliguen a fabricar almenys 120 unitats de perfum i 70 unitats de colònia.
- Determineu la funció objectiu i les restriccions. Dibuixeu la regió factible. [1,25 punts]
  - Quantes unitats cal produir de cada versió per a obtenir, un cop venudes, uns ingressos màxims? Quins són aquests ingressos? [1,25 punts]

## Solució:

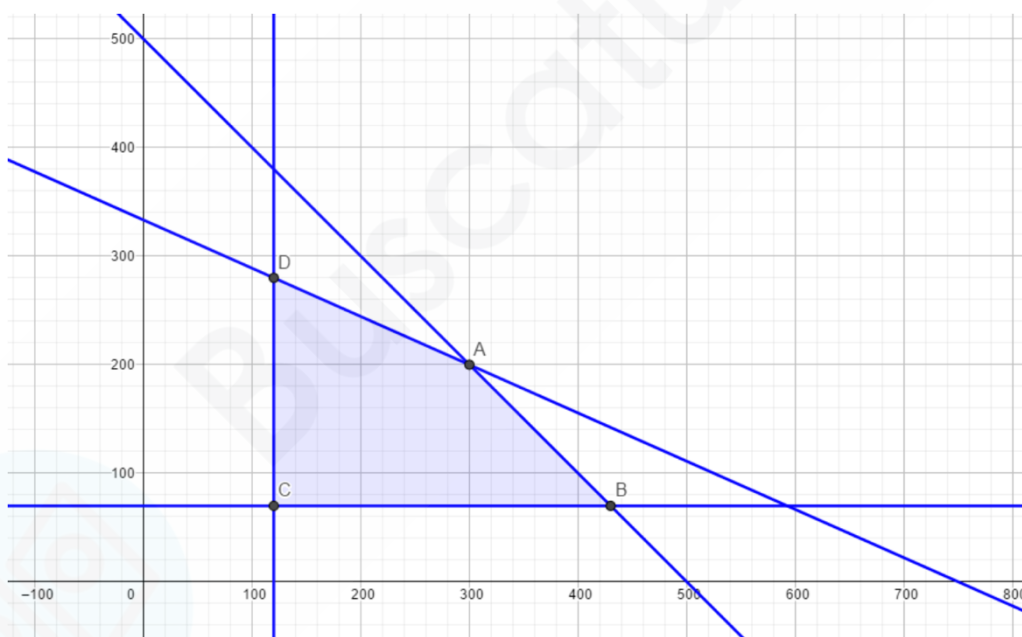
- a) Denotem per a  $x$  el nombre d'unitats produïdes de perfum i per a  $y$ , el nombre d'unitats de colònia. El sistema d'inequacions donat per les restriccions és

$$\begin{cases} x \geq 120 \\ y \geq 70 \\ 10x + 10y \leq 5.000 \\ 40x + 90y \leq 30.000 \end{cases}$$

Clarament el podem simplificar i treballar amb el sistema següent:

$$\begin{cases} x \geq 120 \\ y \geq 70 \\ x + y \leq 500 \\ 4x + 9y \leq 3.000 \end{cases}$$

La funció objectiu és  $F(x, y) = 70x + 82y$  i la regió factible serà:



- b) Els vèrtexs de la regió factible són:  $A = (300, 200)$ ,  $B = (430, 70)$ ,  $C = (120, 70)$  i  $D = (120, 280)$ . Avaluant la funció objectiu als quatre vèrtexs s'obté:  
 $F(A) = 37.400$ ,  $F(B) = 35.840$ ,  $F(C) = 14.140$  i  $F(D) = 31.360$   
Deduím, per tant, que el benefici màxim s'obté fabricant 300 unitats de perfum i 200 unitats de colònia. El benefici que s'obté en aquest cas és de 37.400 euros.