3. Responeu a les qüestions següents:

***a*)** Comproveu que la recta tangent a la corba $y = x^2$ en el punt d'abscissa $x = 2$ és la recta $y = 4x - 4$ i calculeu els punts d'intersecció d'aquesta recta amb els eixos de coordenades.

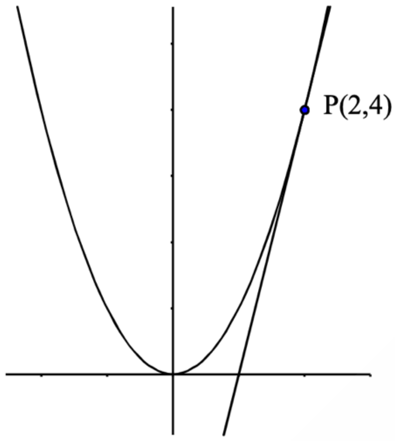
[1 punt]

***b*)** Calculeu l'àrea limitada per la corba de l'apartat anterior, la recta tangent en $x = 2$ i l'eix de les abscisses.

[1 punt]

Solució:

a)



Trobem el punt de tangència: P(2,4).

El pendent de la tangent és la derivada, per tant:

$f(x) = x^2$

$f'(x) = 2x$ i $f'(2) = 4$

La recta tangent és doncs: $y - 4 = 4(x - 2)$, o sigui $y = 4x - 4$.

Els punts d'intersecció amb els eixos de coordenades els trobem quan *x* = 0 que obtenim *y* = -4 i quan *y* = 0 que obtenim *x* = 1. Així doncs els punts intersecció són $\boxed{(0,-4)}$ i $\boxed{(1,0)}$.

b) L'àrea de la regió es pot obtenir:

$$\int_0^1 x^2 dx + \int_1^2 \left(x^2 - (4x - 4)\right) dx = \left.\frac{x^3}{3}\right]_0^1 + \left.\left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x\right)\right]_1^2 =$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{8}{3} - 8 + 8 - \frac{1}{3} + 2 - 4 = \boxed{\frac{2}{3}u^2}.$$