3. Una empresa es proposa de fer dos tipus de paneres de Nadal, A i B, per als treballadors i les treballadores. Cada panera de tipus A contindrà 1 pernil, 1 ampolla de cava i 5 barres de torró. D'altra banda, cada panera de tipus B contindrà 2 pernils, 3 ampolles de cava i 2 barres de torró. El cap de magatzem afirma que disposen de 40 pernils, 120 barres de torró i moltes ampolles de cava, i que, per tant, de cava segur que no en faltarà. Es volen fer tantes paneres com sigui possible.

a) Determineu la funció objectiu i les restriccions. Dibuixeu la regió factible. Quantes paneres de cada tipus haurà de fer l'empresa?
[1,75 punts]

b) Un cop fet el càlcul, la cap de l'empresa s'ho repensa i diu que és millor fer la mateixa quantitat de paneres de cada tipus. Amb aquesta nova condició, quantes paneres de cada tipus s'hauran de fer?
[0,75 punts]

Solució:

a)

[1,75 punts]

Resumim la informació en la taula següent:

Tipus de panera	Pernils per panera	Ampolles de cava per panera	Barres de torró per panera	Quantitat de paneres que hem de fer
A	1	1	5	x
B	2	3	2	y

Les condicions que tenim són:

x indica la quantitat de paneres de tipus A que hem de fer: $x \geq 0$

y indica la quantitat de paneres de tipus B que hem de fer: $y \geq 0$

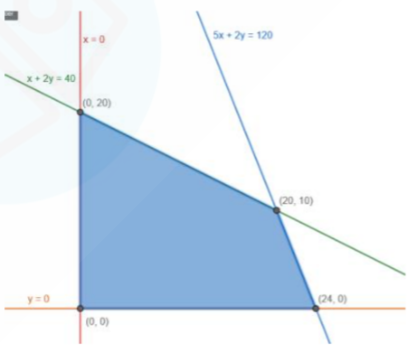
Disposem de 40 pernils, per tant: $x + 2y \leq 40$

Disposem de 120 barres de torró, per tant: $5x + 2y \leq 120$

Es vol fer la màxima la quantitat de paneres possible. Per tant, la funció objectiu és: $f(x, y) = x + y$, amb les restriccions següents:

$$\begin{cases} x + 2y \leq 40 \\ 5x + 2y \leq 120 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Obtenim de la regió factible:



La regió factible està delimitada pels punts:

$$(0,0), (24,0), (20,10), (0,20)$$

Sabem que la funció objectiu assolirà el seu màxim en algun vèrtex de la regió factible. La taula següent recull el valor de la funció objectiu sobre cadascun dels vèrtexs:

Punts	$f(x,y) = x + y$
$(0,0)$	0
$(24,0)$	24
$(20,10)$	30
$(0,20)$	20

La funció objectiu $f(x,y) = x + y$ assoleix el valor màxim en el vèrtex $(20,10)$. Per tant, per maximitzar la quantitat de paneres, cal fer-ne 20 de tipus A i 10 de tipus B. D'aquesta manera obtindrem 30 paneres per als treballadors.

b)

[0,75 punts]

En aquest cas hem d'imposar que el nombre de paneres de cada tipus ha de ser igual. Per tant, ara tenim:

Tipus de panera	Pernils per panera	Ampolles de cava per panera	Barres de torró per panera	Quantitat de paneres que hem de fer
A	1	1	5	x
B	2	3	2	x

Si anomenem x la mateixa quantitat de paneres de cada tipus, ara tenim:

$$\begin{cases} x + 2x \leq 40 \\ 5x + 2x \leq 120 \\ x \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x \leq 40/3 \\ x \leq 120/7 \\ x \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x \leq 13{,}3 \\ x \leq 17{,}1 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Per tant, es podran fer només 13 paneres de cada tipus i hi haurà paneres només per a 26 treballadors.

Criteris de correcció: a) Obtenció de les restriccions: 0,5 p. Obtenció de la funció objectiu: 0,25 p. Dibuix de la regió factible: 0,25 p. Obtenció dels vèrtex: 0,5 p. Obtenció del màxim: 0,25 p. b) Plantejament: 0,25 p. Resolució: 0,5 p.

4. Un hotel admet reserves per a les 420 habitacions dobles de què disposa i ofereix dues tarifes diferents: la tarifa estàndard (sense despeses de cancel·lació) és de 120 € per nit, i la tarifa reduïda (que no admet cancel·lacions) és de 90 € per nit. Els interessa tenir reservat almenys un 20 % del total d'habitacions amb la tarifa reduïda i volen que el nombre d'habitacions reservades amb la tarifa estàndard sigui igual o superior que el doble del nombre d'habitacions reservades amb la tarifa reduïda.

***a*)** Determineu la funció objectiu i les restriccions. Dibuixeu la regió factible.
[1,25 punts]

***b*)** Determineu quantes habitacions han de tenir reservades amb cada tarifa per a obtenir el benefici màxim. Quin és aquest benefici màxim?
[1,25 punts]

Solució:

a)

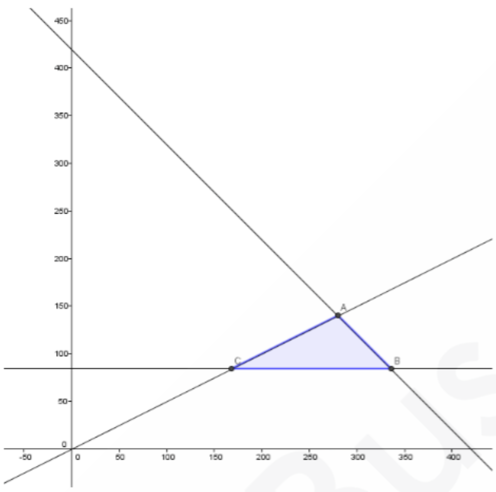
[1,25 punts]

Denotem per x el nombre d'habitacions reservades amb la tarifa estàndard i per y el nombre d'habitacions reservades amb la tarifa reduïda. El sistema d'inequacions donat per les restriccions és

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 84 \\ x + y \leq 420 \\ x \geq 2y \end{cases}$$

La funció objectiu és $F(x, y) = 120x + 90y$

i la regió factible serà:



b)

[1,25 punts]

Els vèrtexs de la regió factible són $A = (280,140)$, $B = (336,84)$ i $C = (168,84)$. Avaluant la funció objectiu als tres vèrtexs s'obté $F(A) = 46.200, F(B) = 47.880$ i $F(C) = 27.720$. Deduïm, per tant, que el benefici màxim s'obté reservant 336 habitacions a la tarifa estàndard i 84 a la reduïda i aquest benefici és de 47.880 euros.

Criteris de correcció: a) Càlcul de les restriccions: 0,5 p. Dibuix de la regió factible: 0,5 p. Obtenció de la funció objectiu: 0,25 p. b) Obtenció dels vèrtexs: 0,75 p. Obtenció del punt en què s'assoleix el màxim: 0,25 p. Obtenció del benefici màxim: 0,25 p.