

4. Una empresa de Menorca vol oferir dos tipus d'activitats: bateigs de submarinisme des d'una barca i excursions en barca per la costa per a banyar-se en cales. El bateig de submarinisme té un preu de 60 euros per persona i a cada embarcació hi aniran 10 participants i 5 instructors. L'excursió per la costa té un preu de 18 euros per persona i a cada embarcació hi aniran 25 participants i 2 instructors. L'empresa disposa de 30 embarcacions iguals i de 75 instructors que poden fer sortides de submarinisme o excursions en barca per les cales indistintament. La seva intenció és obtenir el màxim d'ingressos suposant que omplirà totes les embarcacions.

a) Determineu la funció objectiu i les restriccions. Dibuixeu la regió factible.

[1,25 punts]

b) Quantes sortides de cada tipus ha d'oferir l'empresa cada dia per a obtenir el màxim d'ingressos? Quants diners ingressarà diàriament?

[1,25 punts]



## Solució:

4.

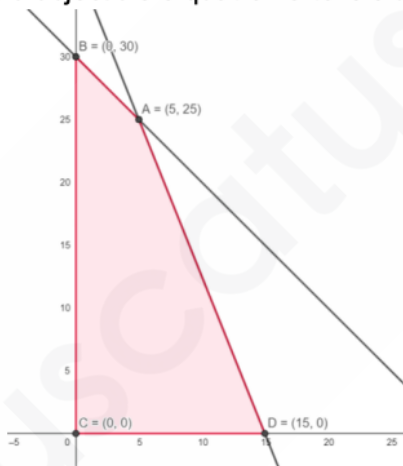
- a) Denotem per  $x$  el nombre de barques que faran bateigs de submarinisme i per  $y$  el nombre de barques que faran excursions per la costa per banyar-se en cales. Les restriccions provenen de la limitació en el nombre d'instructors i d'embarcacions. El sistema d'inequacions determinat per les restriccions és:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 5x + 2y \leq 75 \\ x + y \leq 30 \end{cases}$$

La regió factible serà:

I la funció objectiu és:  $F(x, y) = 60 \cdot 10x + 18 \cdot 25y = 600x + 450y$

- b) Els vèrtexs de la regió factible són:  $A = (5, 25)$ ,  $B = (0, 30)$ ,  $C = (0, 0)$  i  $D = (15, 0)$ . Avaluant la funció objectiu als quatre vèrtexs s'obté:



$$F(A) = 14\ 250, \quad F(B) = 13\ 500, \quad F(C) = 0 \quad \text{i} \quad F(D) = 9\ 000.$$

Deduïm, per tant, que per obtenir el màxim d'ingressos caldria fer 5 bateigs de submarinisme i 25 excursions per la costa. Amb aquestes sortides ingressarien 14 250 euros diaris.

**Criteris de correcció:**

a) Càlcul de les restriccions: 0,5 punts. Dibuix de la regió factible: 0,5 punts. Obtenció de la funció objectiu: 0,25 punts.

b) Obtenció dels vèrtexs: 0,5 punts. Obtenció del punt en què s'assoleix el màxim: 0,5 punts. Obtenció del màxim d'ingressos: 0,25 punts.

2. Una gran pastisseria especialitzada en coques de Sant Joan elabora la massa de les coques amb farina i sucre. A la pastisseria disposen de 60 kg de farina i 30 kg de sucre per a les coques d'enguany i en volen fer de dos tipus: sense farcir i farcides de crema.

Per a elaborar la massa d'una coca sense farcir es necessiten 500 g de farina i 300 g de sucre. Aquest tipus de coca la posen a la venda a 15 €. En canvi, per a elaborar la massa d'una coca farcida de crema es necessiten 400 g de farina i 120 g de sucre. I aquesta altra coca es ven a 25 €.

La pastisseria ja ha tancat el període de comandes anticipades i, un cop comptabilitzades, se sap que com a mínim haurà d'elaborar 60 coques sense farcir i 30 coques farcides de crema. La pastissera en cap vol saber quantes coques de cada tipus hauria d'elaborar i vendre per a obtenir el màxim d'ingressos.

- a) Determineu la funció objectiu i les restriccions. Dibuixeu la regió factible.

[1,25 punts]

- b) Determineu quantes coques de cada tipus cal elaborar per a obtenir el màxim d'ingressos i quins seran aquests ingressos. Sobrarà alguna quantitat dels ingredients utilitzats per a elaborar la massa? En cas afirmatiu, de quin ingredient i de quina quantitat es tracta?

[1,25 punts]



## Solució:

2.

- a) Denotem per  $x$  el nombre de coques sense farcir i per  $y$  el nombre de coques farcides de crema. El sistema d'inequacions donat per les restriccions del problema és el següent:

$$\begin{cases} x \geq 60 \\ y \geq 30 \\ 500x + 400y \leq 60000 \\ 300x + 120y \leq 30000 \end{cases} \text{ o també } \begin{cases} x \geq 60 \\ y \geq 30 \\ 0,5x + 0,4y \leq 60 \\ 0,3x + 0,12y \leq 30 \end{cases}$$

Si simplifiquem el sistema podem treballar amb el següent:

$$\begin{cases} x \geq 60 \\ y \geq 30 \\ 5x + 4y \leq 600 \\ 3x + 1,2y \leq 300 \end{cases}$$

La funció objectiu, que ens dona els ingressos per la venda de les coques, és:

$$F(x, y) = 15x + 25y$$

La regió factible serà:



- b) Els vèrtexs de la regió factible són:  $A(60,30)$ ,  $B(88,30)$ ,  $C(80,50)$  i  $D(60,75)$ .

Si avaluem la funció objectiu als quatre vèrtexs obtenim:

$$F(A) = 15 \cdot 60 + 25 \cdot 30 = 1650$$

$$F(B) = 15 \cdot 88 + 25 \cdot 30 = 2070$$

$$F(C) = 15 \cdot 80 + 25 \cdot 50 = 2450$$

$$F(D) = 15 \cdot 60 + 25 \cdot 75 = 2775$$

El màxim d'ingressos s'obtenen venent 60 coques sense farcir i 75 coques farcides de crema. En aquest cas, s'ingressen 2775 €.

Calculem la quantitat de sucre i de farina necessaris per veure si en sobra:

$$\text{Farina: } 60 \cdot 0,5 + 75 \cdot 0,4 = 60 \text{ kg}$$

$$\text{Sucre: } 60 \cdot 0,3 + 75 \cdot 0,12 = 27 \text{ kg}$$

Veiem que de farina no en sobra, es gasten els 60 kg dels que es disposava, però de sucre en sobren  $30 - 27 = 3$  kg.

**Críteris de correcció:**

- a) Càlcul de les restriccions: 0,5 p. Dibuix de la regió factible: 0,5 p. Obtenció de la funció objectiu: 0,25 p.
- b) Càlcul dels vèrtexs: 0,5 p. Obtenció del punt on s'assoleix el màxim d'ingressos: 0,25 p. Obtenció del valor màxim: 0,25 p. Càlcul de la quantitat de sucre i farina que sobra: 0,25 p.