

1. El cost de producció (en euros) de  $x$  unitats d'un producte determinat és donat per la funció  $C(x) = 0,02x^2 + 3x + 100$ . Aquestes unitats es posen a la venda i el preu de venda unitari (en euros) depèn del nombre d'unitats produïdes  $x$ . Concretament, és donat per la funció  $p(x) = 47 - 0,06x$ . Suposem que es venen totes les unitats que es produeixen.

**a)** Determineu la funció que dona els beneficis obtinguts en funció del nombre d'unitats produïdes  $x$ .

[1,25 punts]

**b)** Determineu quantes unitats cal produir per a obtenir el benefici màxim i digueu quin és aquest benefici.

[1,25 punts]

## Solució:

- a) Els beneficis són la diferència entre els ingressos obtinguts per la venda i els costos de producció, és a dir,  $B(x) = I(x) - C(x)$ . Els ingressos obtinguts per la venda de  $x$  unitats són  $I(x) = x \cdot p(x) = 47x - 0,06x^2$ . Per tant:

$$B(x) = 47x - 0,06x^2 - 0,02x^2 - 3x - 100 = -0,08x^2 + 44x - 100$$

- b) Per saber quantes unitats cal produir per obtenir el benefici màxim comencem calculant la derivada:

$$B'(x) = -0,16x + 44$$

Igualem la derivada a zero per trobar els extrems relatius:

$$B'(x) = -0,16x + 44 = 0$$

Així doncs, tenim un extrem relatiu per  $x = 275$  unitats.

Veiem que es tracta d'un màxim, ja que la funció de beneficis és una paràbola amb el coeficient principal negatiu. També podem argumentar-ho veient que la derivada és positiva per a valors inferiors a 275 i, per tant, la funció és creixent; mentre que és negativa per a valors superiors i, per tant, els beneficis decreixen.

El benefici màxim que s'obté és:

$$B(275) = 5.950 \text{ €}$$

**Criteris de correcció:** a) Plantejament: 0,25 punts. Obtenció de la funció d'ingressos: 0,5 punts. Obtenció de la funció de beneficis: 0,5 punts. b) Càlcul de la derivada: 0,5 punts. Obtenció del punt on s'assoleix el màxim: 0,25 punts. Justificació que es tracta d'un màxim: 0,25 punts. Obtenció dels beneficis màxims: 0,25 punts.