

4. La tècnica d'irradiació dels aliments s'utilitza per a afavorir-ne la conservació, però unes dosis massa altes d'irradiació en poden reduir el valor nutricional. Normalment, per al processament d'aliments s'utilitzen les radiacions provinents del cobalt i del cesi. Volem fer servir aquesta tècnica per a tractar aliments que ja han començat a deteriorar-se.

Considerem x i y les quantitats emeses de raigs de cobalt i de cesi, respectivament, mesurades en grays. Sabem que la quantitat de radiació absorbida en la part malmesa de l'aliment és de $6x + 4y$ grays, al voltant de la part malmesa és de $3x + y$ grays i en les parts que estan en bones condicions és de $4x + 5y$ grays.

- a) Calculeu les quantitats de raigs de cobalt i de raigs de cesi que caldrà utilitzar perquè la quantitat de radiació absorbida per les parts en bones condicions sigui mínima, tenint en compte que en la part malmesa aquesta quantitat ha de ser com a mínim de 60 grays i al voltant no pot excedir els 27 grays. Per fer-ho, determineu quina és la funció objectiu que s'ha de minimitzar i les restriccions, i dibuixeu la regió factible.

[1,5 punts]

- b) Si apliquem un tractament consistent en 7 grays de raigs de cobalt i 5 grays de raigs de cesi, comproveu que es compleixen les dues restriccions (la que fa referència a la part malmesa i la que fa referència al voltant de la part malmesa). Per què és un tractament pitjor que la solució que heu trobat en l'apartat a?

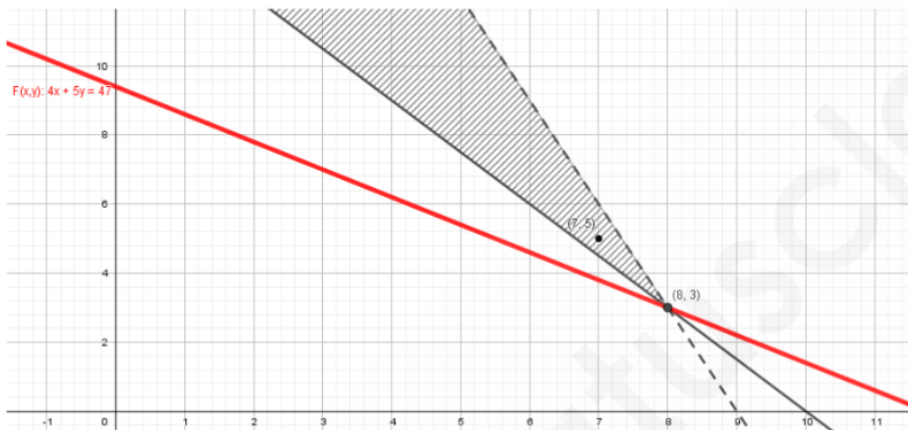
[1 punt]

Solució:

- a) La funció objectiu, que volem minimitzar, és $F(x, y) = 4x + 5y$. Les inequacions que defineixen la regió factible són:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + y \leq 27 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 6x + 4y \geq 60 \end{array} \right\}$$

Aquestes equacions defineixen la regió factible següent:



Observem en el gràfic que aquesta funció no té màxim, ja que el recinte de validesa és infinit i la funció objectiu pot créixer indefinidament. En canvi, assolix el mínim en el vèrtex $(8, 3)$. Per tant, la solució és 8 grams de raigs de cobalt i 3 grams de raigs de cesi.

- b) El punt $(7, 5)$ compleix totes les inequacions, ja que $3 \cdot 7 + 5 = 26 < 27$ i $6 \cdot 7 + 4 \cdot 5 = 62 > 60$ i, a més a més, 7 i 5 són valors positius. Però $F(7,5) = 4 \cdot 7 + 5 \cdot 5 = 53$ és més gran que $F(8,3) = 4 \cdot 8 + 5 \cdot 3 = 47$, que és el valor de la funció objectiu al punt solució de l'apartat a.

Críteris de correcció: a) Identificació de la funció objectiu: 0,25 punts. Identificació de les restriccions: 0,5 punts. Dibuix de la regió factible: 0,5 punts. Obtenció del mínim: 0,25 punts. b) Comprovació que el punt $(7, 5)$ satisfà les restriccions: 0,5 punts. Justificació que és un tractament pitjor: 0,5 punts.