

## Proves d'accés a la universitat

---

# Matemàtiques

## Sèrie 1

Qualificació		TR
Qüestions	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
Suma de notes parcials		
Qualificació final		

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal .....

Número del tribunal .....

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

---

Responen a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Poden utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Poden utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

---

1. Calculeu els coeficients  $a$ ,  $b$ ,  $c$  i  $d$  de la funció  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  si sabem que l'equació de la recta tangent a la gràfica de la funció  $f$  en el punt d'inflexió  $(1, 0)$  és  $y = -3x + 3$  i que la funció té un extrem relatiu en el punt de la gràfica d'abscissa  $x = 0$ .

[2,5 punts]

Espai per al corrector/a	
Qüestió 1	

2. Considereu les dues matrius següents:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Calculeu les matrius  $A \cdot B$  i  $B \cdot A$ .  
[1,5 punts]

b) Siguin  $C$  i  $D$  dues matrius quadrades del mateix ordre que satisfan  $C \cdot D = C$  i  $D \cdot C = D$ .  
Comproveu que les dues matrius,  $C$  i  $D$ , són idempotents.

[1 punt]

NOTA: Una matriu quadrada s'anomena *idempotent* si coincideix amb el seu quadrat.

Espai per al corrector/a		
Qüestió 2	$a$	
	$b$	
	Total	

3. Sigui  $f'(x) = \begin{cases} x-1, & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{1}{x-1}, & \text{si } x > 2 \end{cases}$  la funció derivada d'una funció derivable  $f(x)$  que passa

pel punt  $A = (0, 3)$ .

a) Calculeu la funció  $f(x)$ .

[1.5 punts]

- b) Calculeu l'equació de la recta tangent a la funció  $f'(x)$  en el punt d'abscissa  $x = 3$ .  
[1 punt]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 3	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

4. Sigui el sistema d'equacions lineals següent, que depèn del paràmetre real  $\lambda$ :

$$\begin{cases} x + 2\lambda y + (2 + \lambda)z = 0 \\ (2 + \lambda)x + y + 2\lambda z = 3 \\ 2\lambda x + (2 + \lambda)y + z = -3 \end{cases}$$

a) Discuti el sistema per als diferents valors del paràmetre  $\lambda$ .

[1,25 punts]



- b) Per al cas  $\lambda = -1$ , resolcu el sistema, interpreteu-lo geomètricament i identifiqueu-ne la solució.  
[1,25 punts]

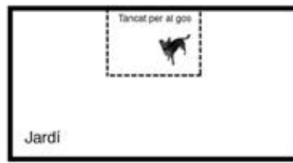
Espai per al corrector/a		
Qüestió 4	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

5. La Núria té un jardí rectangular i vol fer-hi un tancat (rectangular o quadrat) de  $8 \text{ m}^2$  per al seu gos. Ha pensat de posar el tancat tocant al mur del jardí, tal com es mostra a la figura de la dreta, per estalviar-se així un dels quatre costats.

El preu de la tanca que vol fer servir és de  $2,5 \text{ €/m}$ .

- a) Quines dimensions ha de tenir el tancat perquè el cost sigui mínim? Quin és aquest cost mínim?

[1,75 punts]



- b) Si manteniu la forma rectangular o quadrada del tancat i feu que un dels vèrtexs del jardí coincideixi amb un vèrtex del tancat, quants euros us podeu estalviar? Raoneu com posaríeu el tancat i justifiqueu amb càlculs matemàtics les dimensions de la vostra proposta.  
[0,75 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 5	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

6. Siguin els plans  $\pi_1$  i  $\pi_2$ , determinats respectivament per les equacions  $\pi_1: x + y = 3$  i  $\pi_2: x - z = -2$ .

a) Trobeu l'equació general ( $Ax + By + Cz + D = 0$ ) del pla  $\pi_3$ , que és perpendicular a  $\pi_1$  i  $\pi_2$ , i que passa pel punt  $P = (4, 1, 2)$ .  
[0,75 punts]

b) Sigui  $r$  la recta d'intersecció de  $\pi_1$  i  $\pi_2$ . Calculeu l'equació vectorial de la recta  $r$ .  
[0,75 punts]

- c) Calculeu el punt  $Q$  de la recta  $r$  que és més a prop del punt  $P$ .  
[1 punt]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 6	$a$	
	$b$	
	$c$	
	Total	

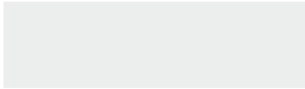
[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

--	--

--	--

Etiqueta de l'alumne/a



Institut  
d'Estudis  
Catalans

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés



## Proves d'accés a la universitat

---

# Matemàtiques

## Sèrie 5

Qualificació		TR
Qüestions	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
Suma de notes parcials		
Qualificació final		

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal .....

Número del tribunal .....

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

---

Responen a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Poden utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Poden utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

---

1. Considereu les funcions  $f(x) = -x^2 + x + 6$  i  $g(x) = -9x + 3x^2$ .
- a) Calculeu l'àrea de la regió delimitada per les dues funcions.

[1,25 punts]

- b) Trobeu l'equació de la recta tangent a la funció  $f(x)$  en el punt  $(-2, 0)$ . Representeu aquesta recta tangent i les funcions  $f(x)$  i  $g(x)$  en uns mateixos eixos de coordenades.  
[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 1	a	
	b	
	Total	

2. Considereu el sistema d'equacions lineals

$$\left. \begin{array}{l} x - y + kz = -1 \\ x + ky + z = 3 \\ 2x + (k-1)y + 2z = 2 \end{array} \right\},$$

en què  $k$  és un paràmetre real.

a) Discuti el sistema en funció del valor de  $k$ .

[1,5 punts]

b) Resoleu el sistema per a  $k=0$  i per a  $k=1$ .  
[1 punt]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 2	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

3. Considereu les rectes a l'espai  $r: x = -y = z + m$  i  $s: \begin{cases} x + y = 1 \\ x - z = 0 \end{cases}$ , en què  $m$  és un paràmetre real.

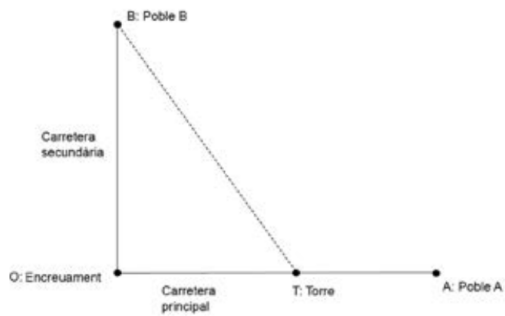
a) Estudieu la posició relativa per als diferents valors del paràmetre  $m$ .  
[1,25 punts]

- b) Calculeu  $m$  perquè la distància entre les rectes  $r$  i  $s$  sigui de  $\sqrt{2}$  unitats.  
[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 3	$a$	
	$b$	
	Total	

4. En una carretera principal hi trobem el poble A. A 12 km del poble A, hi ha un encreuament  $O$  amb una carretera secundària que talla perpendicularment la carretera principal. A 9 km de l'encreuament, a la carretera secundària, hi trobem el poble B. Es vol construir una torre de comunicacions  $T$  en un punt de la carretera principal situat entre el poble A i l'encreuament  $O$ . Aquesta torre ha d'estar connectada amb cadascun dels dos pobles en línia recta per cable. Sabem que instal·lar el cable entre la torre  $T$  i el poble B té un preu de 250 €/km i, en canvi, instal·lar el cable entre la torre  $T$  i el poble A té un preu de 125 €/km. Determineu a quina distància de l'encreuament  $O$  a la carretera principal cal situar la torre  $T$  perquè el preu del cablejat sigui mínim i quin serà el valor d'aquest preu mínim.

[2,5 punts]





Espai per al corrector/a	
Qüestió 4	

5. Considereu la família  $\mathcal{S}$  de matrius de la forma  $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ , en què  $a, b \in \mathbb{R}$ .

a) Calculeu  $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^{-1}$ .

[1,25 punts]

b) Trobeu totes les matrius de la família  $S$ , és a dir, de la forma  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ , que verifiquin la igualtat  $A^2 = I$ , en què  $I$  és la matriu identitat d'ordre 2.  
[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 5	$a$	
	$b$	
	Total	

6. Sigui la funció  $f(x) = \frac{ax^2 + x + b}{x^2 + 1}$ .

a) Calculeu els valors dels paràmetres  $a$  i  $b$  si sabem que la gràfica de la funció  $f$  té un

extrem relatiu en  $x = -1$  i passa pel punt  $P = \left(-2, \frac{13}{5}\right)$ .

[1,25 punts]

b) Per al cas  $a = b$ , calculeu i classifiqueu els extrems relatius de la funció.  
[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 6	$a$	
	$b$	
	Total	

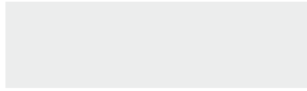
[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

--	--

--	--

Etiqueta de l'alumne/a



Institut  
d'Estudis  
Catalans

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés