UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso **2021-2022**

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá responder razonadamente a **cinco** preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen.
Cada ejercicio se valorará sobre 2 puntos, y si consta de dos apartados, cada apartado se valorará sobre 1 punto.
DURACIÓN: 90 minutos.

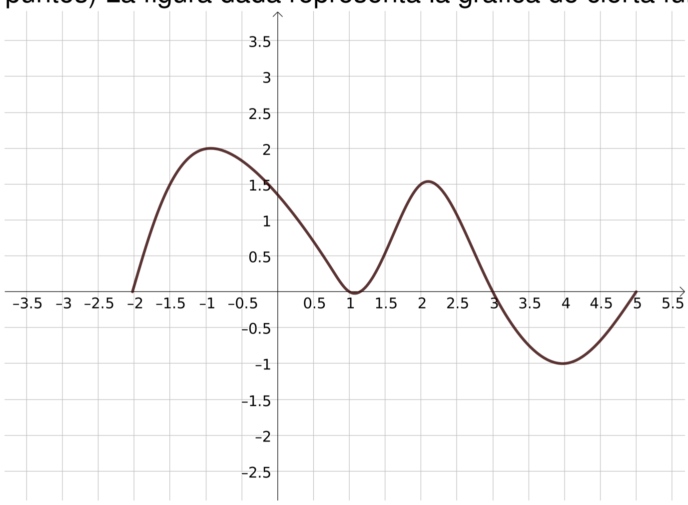
A.1. (2 puntos) Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ a & -1 & 1 \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix}$$

a) Determine los valores del parámetro real a para los cuales la matriz A es invertible.
b) Calcule A^{-1} para $a = 1$.

A.2. (2 puntos) El dueño de una empresa que organiza fiestas infantiles quiere hacer chocolate con leche y dispone para la mezcla de 30 litros de leche y 20 litros de chocolate líquido. Por cada litro de chocolate debe echar como máximo 3 litros de leche, y por cada litro de leche debe echar como máximo $1{,}6$ litros de chocolate. Además, solo dispone de botellas para envasar 45 litros de chocolate con leche. Por cada litro de leche de la mezcla puede obtener un beneficio de 1€ y por cada litro de chocolate un beneficio de 2€. Determine cuántos litros de leche y de chocolate líquido debe mezclar para obtener el máximo beneficio y calcule el beneficio que se obtiene.

A.3. (2 puntos) La figura dada representa la gráfica de cierta función f.



La gráfica representada tiene tangentes horizontales en $x = -1, x = 1, x = 2$ y $x = 4$.
a) Determine razonadamente los intervalos en los que $f'(x) > 0$.
b) Determine razonadamente cuál es el signo de

$$\int_{-2}^{5} f(x)\,dx.$$

A.4. (2 puntos) Sean A y B sucesos asociados a un experimento aleatorio tales que $P(A) = 0{,}6$, $P(A|B) = 0{,}4$ y $P(A|B^c) = 0{,}8$; siendo B^c es el suceso complementario de B.
a) Calcule $P(B)$.
b) ¿Son A y B independientes? Justifique su respuesta.

A.5. (2 puntos) Una cementera rellena sacos de cemento cuyo peso en kilogramos se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media desconocida y desviación típica igual a 2 kg.
a) Se toma una muestra aleatoria de tamaño 20 y se obtiene que su media muestral es 50 kg. Determine un intervalo de confianza del $99\,\%$ para el peso medio de un saco de cemento.
b) Determine el tamaño mínimo de la muestra para que el error máximo cometido en la estimación de la media sea menor que 1 kilogramo, con un nivel de confianza del $90\,\%$.

B.1. (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro $a \in \mathbb{R}$:

$$\left.\begin{array}{rcl} x+ay+z & = & a \\ ax-y-az & = & 0 \\ x+y+z & = & 1 \end{array}\right\}$$

a) Discuta la compatibilidad del sistema para los diferentes valores de a.
b) Resuelva el sistema para $a=2$.

B.2. (2 puntos) Considere la función real de variable real

$$f(x)=\frac{x^2-x+1}{x-1}.$$

a) Determine sus asíntotas (verticales, horizontales y oblicuas).
b) Calcule $f'(x)$ y halle el valor de $f'(2)$.

B.3. (2 puntos) Un escultor quiere dividir un alambre muy fino en dos trozos que se utilizarán para delimitar, respectivamente, un cuadrado y un rectángulo cuya base debe medir el doble que su altura. Posteriormente, se fabricarán ambas figuras planas con un material que cuesta 16 céntimos de euro/cm^2 para el cuadrado y 10 céntimos de euro/cm^2 para el rectángulo. Si el alambre inicial mide 450 cm, determine la función de coste total de ambas figuras. Obtenga la longitud de cada trozo de alambre para que el coste total de estas piezas sea mínimo.
Sugerencia: Exprese el coste total en función de la altura del rectángulo y utilice 3 cifras decimales para realizar los cálculos.

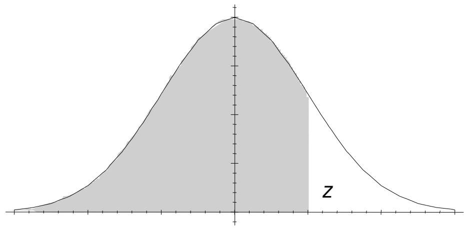
B.4. (2 puntos) Una carta escogida al azar es eliminada (sin ser vista) de un mazo de 52 cartas de póker, en el que hay 13 cartas de cada palo (diamantes, corazones, picas y tréboles). Una vez eliminada, se escoge al azar una carta, entre las que quedan en el mazo, y esta segunda carta es observada.
a) Calcule la probabilidad de que la carta observada sea de diamantes.
b) Si la carta observada no es diamantes, calcule la probabilidad de que la carta eliminada tampoco lo haya sido.

B.5. (2 puntos) Considere una población donde observamos una variable aleatoria X con distribución normal de media μ y desviación típica σ. Sea $\overline{X}$ la media muestral de una muestra aleatoria de tamaño 10.
a) Determine el valor de σ sabiendo que $I=(58{,}2;73{,}8)$ es un intervalo de confianza del $95\,\%$ para μ.
b) Si $\sigma=20$, calcule $P(-10<\overline{X}-\mu<10)$.

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de *z*.



z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II –

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos

Ejercicio A.1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Expresar correctamente la condición de existencia de inversa.............. 0,25 puntos.
Cálculo correcto del determinante.. 0,25 puntos.
Obtención correcta de los valores del parámetro.................................. 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la inversa.. 0,50 puntos.
Cálculo correcto de la inversa... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Realiza operaciones con matrices y aplica las propiedades de estas operaciones adecuadamente. Analiza y comprende el enunciado a resolver (datos, relaciones entre los datos, condiciones, conocimientos matemáticos necesarios, etc.). Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas,

Ejercicio A.2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Establecer correctamente las restricciones... 0,50 puntos.
Expresión correcta de la función objetivo.. 0,50 puntos.
Representación correcta de la región factible y obtención de vértices... 0,50 puntos.
Encontrar el punto de valor máximo (abscisa y ordenada).................... 0,25 puntos.
Determinar máximo de la función.. 0,25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Aplica las técnicas gráficas de programación lineal bidimensional para resolver problemas de optimización de funciones lineales que están sujetas a restricciones e interpreta los resultados obtenidos en el contexto del problema.

Ejercicio A.3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Razonamiento sobre el crecimiento de la función................................. 0,25 puntos.
Determinación correcta de los intervalos pedidos................................ 0,75 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Determinación correcta del signo de la integral................................... 0,5 puntos.
Justificación razonada correctamente... 0,5 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Utiliza argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes. Extrae conclusiones a partir de datos relativos a propiedades locales o globales. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación. Aplica el concepto de integral definida para calcular el área de recintos planos delimitados por una o dos curvas.

Ejercicio A.4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto del teorema de la probabilidad total................. 0,50 puntos.
Determinación correcta de la probabilidad... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la condición de independencia.................... 0,50 puntos.
Conclusión correcta justificada... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov. Calcula probabilidades de sucesos a partir de los sucesos que constituyen una partición del espacio muestral. Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación.

Ejercicio A.5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto del intervalo de confianza .... 0,25 puntos.

Obtención correcta de $z_{\alpha/2}$ .... 0,25 puntos.

Obtención correcta del intervalo de confianza .... 0.50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Expresión correcta de la fórmula del error .... 0,25 puntos.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ .... 0,25 puntos.

Determinación correcta del tamaño de la muestra .... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Construye, en contextos reales, un intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución normal con desviación típica conocida. Relaciona el error y la confianza de un intervalo de confianza con el tamaño muestral y calcula cada uno de estos tres elementos conocidos los otros dos y lo aplica en situaciones reales. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación.

Ejercicio B.1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Obtención correcta del determinante de la matriz de coeficientes .... 0.25 puntos.

Cálculo correcto de los valores críticos .... 0,25 puntos.

Discusión correcta .... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Solución correcta del sistema .... 0,50 puntos.

Planteamiento del problema... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Manipula el sistema de ecuaciones lineales de tres ecuaciones y tres incógnitas y lo resuelve en los casos en que sea posible. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación. Utiliza argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes

Ejercicio B.2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Determinación correcta de la asíntota vertical....................................... 0,25 puntos.

Exclusión de la existencia de asíntota horizontal .... 0,25 puntos.

Determinación correcta de la asíntota oblicua....................................... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Obtención correcta de la derivada .... 0,75 puntos.

Cálculo correcto del valor de la derivada en el punto pedido................ 0,25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula las asíntotas de funciones racionales. Modeliza con ayuda de funciones problemas planteados en las ciencias sociales y los describe mediante el estudio de la continuidad, tendencias, ramas infinitas, corte con los ejes, etc. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación.

Ejercicio B.3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Definición de las variables y obtención de los perímetros .... 0,25 puntos.

Expresión de la longitud del alambre en función de las variables.......... 0,25 puntos.

Determinación de la función de coste total... 0,25 puntos.

Expresión del coste total en función de una de las dos variables .... 0,50 puntos.

Obtención de los valores que minimizan la función de coste total......... 0,50 puntos.

Cálculo de las longitudes de cada uno de los dos trozos del alambre .... 0,25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Utiliza argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes. Plantea problemas de optimización sobre fenómenos relacionados con las ciencias sociales, los resuelve e interpreta el resultado obtenido dentro del contexto. Modeliza con ayuda de funciones problemas planteados en las ciencias sociales. Establece conexiones entre el problema del mundo real y el mundo matemático: identificando del problema o problemas matemáticos que subyacen en él, así como los conocimientos matemáticos necesarios. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.

Ejercicio B.4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad.. 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad.. 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad.. 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad.. 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento. Calcula probabilidades de sucesos a partir de los sucesos que constituyen una partición del espacio muestral Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes. Resuelve una situación relacionada con la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre en función de la probabilidad de las distintas opciones. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación.

Ejercicio B.5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Expresión correcta del error... 0,25 puntos.

Obtención correcta de $z_{\alpha/2}$ .... 0,25 puntos.

Obtención correcta de la desviación típica .... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Expresión de la distribución de la media muestral .... 0,25 puntos.

Tipificación correcta.. 0,25 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad.. 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables:

Relaciona el error y la confianza de un intervalo de confianza con el tamaño muestral y calcula cada uno de estos tres elementos conocidos los otros dos y lo aplica en situaciones reales. Calcula estimadores puntuales para la media, y lo aplica a problemas reales. Calcula probabilidades asociadas a la distribución de la media muestral, aproximándolas por la distribución normal de parámetros adecuados a cada situación, y lo aplica a problemas de situaciones reales. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación.

A.1. *a*) El determinante es $|A| = a^2 - 2a - 2$ que será igual a 0 si $a = 1+\sqrt{3}$ y $a = 1-\sqrt{3}$. Si a es distinto de estos valores la matriz es invertible.

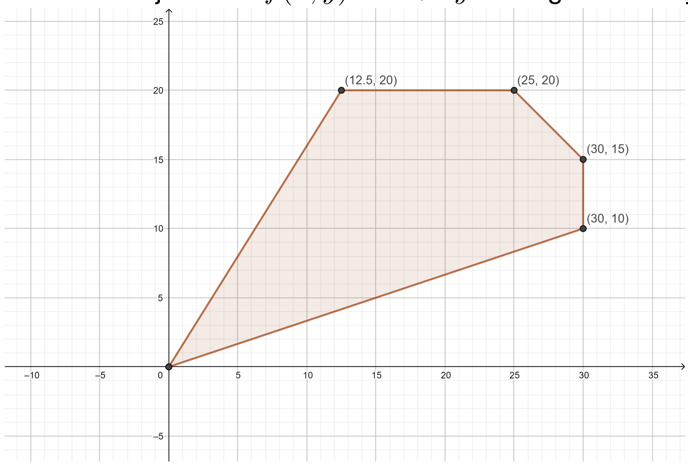
b) Para $a = 1$ la inversa es

$$A^{-1} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

A.2. Sea x la variable que representa los litros de leche. Sea y la variable que representa los litros de chocolate líquido. La región del plano viene definida por las restricciones:

$$x \le 30; \qquad y \le 20; \qquad x \le 3y; \qquad y \le 1,6x; \qquad x + y \le 45$$

Y la función objetivo es $f(x, y) = x + 2y$. La región S dibujada es



La misma, está determinada por los vértices $A(0, 0), B(12, 5; 20), C(25, 20), D(30, 15)$ y $E(30, 10)$. La región es cerrada y acotada; para calcular el valor máximo de la función se evalúa en los vértices de S:

$f(0, 0) = 0$
$f(12, 5; 20) = 12, 5 + 2 \cdot 20 = 52, 5$
$f(25, 20) = 25 + 2 \cdot 20 = 65$
$f(30, 15) = 30 + 2 \cdot 15 = 60$
$f(30, 10) = 30 + 2 \cdot 10 = 50$

Así que, el punto de la región en el cuál se alcanza el máximo es C, siendo 65 el valor máximo alcanzado.

A.3. *a*) La derivada es positiva donde la función es creciente. A la vista de la figura esos intervalos son $(-2, -1),\ (1, 2)$ y $(4, 5)$.

b) El signo de esa integral es positivo, ya que la integral se identifica con el área existente entre la gráfica y el eje de las x, cuando la función es positiva, y con el valor negativo del área de la región comprendida entre el eje y la gráfica, cuando la función es negativa. En el dibujo se aprecia que el área de la zona donde la función es positiva es mayor que el área de la zona donde la función es negativa. Por tanto la integral en el intervalo dado es positiva.

A.4. *a*) Note que

$$0{,}6 = P(A) = P(A|B)P(B) + P(A|B^c)P(B^c) = 0{,}4 \cdot P(B) + 0{,}8 \cdot (1 - P(B)) = 0{,}8 - 0{,}4 \cdot P(B).$$

Despejando, se obtiene $P(B) = 1/2$.

b) No, $P(A) = 0{,}6 \neq 0{,}4 = P(A|B)$.

A.5. *a*) $z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2{,}575 \cdot \dfrac{2}{\sqrt{20}} = 1{,}152 \Longrightarrow IC = (48{,}848; 51{,}152)$

b) $z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \le 1,\ \sqrt{n} \ge 1{,}645 \cdot \dfrac{2}{1} \Longrightarrow n = 11.$

B.1. *a*) La matriz del sistema es

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ a & -1 & -a \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } \overline{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & a & 1 & a \\ a & -1 & -a & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

Entonces $|A| = 2a - 2a^2$, que será igual a 0 si $a = 1$ y 0. Por tanto,

$$\left.\begin{array}{lll} a = 1, & rg(A) = 2, & rg(\overline{A}) = 2 \\ a = 0, & rg(A) = 2, & rg(\overline{A}) = 3 \\ a \neq 1 \text{ o } 0, & rg(A) = 3, & rg(\overline{A}) = 3 \end{array}\right. \Longrightarrow \begin{array}{l} \text{Sistema compatible indeterminado} \\ \text{Sistema incompatible} \\ \text{Sistema compatible determinado} \end{array}$$

b) Para $a = 2$

$$AX = b \Longrightarrow X = A^{-1}b = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & -4 \\ -3 & -1 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/4 \\ 1 \\ -1/4 \end{pmatrix}$$

Luego, la solución es $x = 1/4; y = 1; z = -1/4$

B.2. *a*) Las asíntotas verticales aparecen en los puntos donde la función no está definida. En este caso ocurren en $x = 1$. Se tiene que $\lim_{x\to 1^+} \frac{x^2-x+1}{x-1} = +\infty$ mientras, que $\lim_{x\to 1^-} \frac{x^2-x+1}{x-1} = -\infty$. Para ver si hay asíntotas oblícuas de la forma $y = mx + n$ en $+\infty$ debemos ver si existen (y son finitos) los límites $m = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-x+1}{x(x-1)} = 1$ y $n = \lim_{x\to+\infty}(f(x) - mx) = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-x+1-x(x-1)}{x-1} = 0$. Por tanto, la recta $y = x$ es una asíntota oblícua en $+\infty$. Si calculamos los límites en $-\infty$ obtenemos el mismo resultado. Al haber asíntotas oblícuas no hay asíntotas horizontales.

b) La derivada es $f'(x) = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$ y $f'(2) = 0$.

B.3. Sea x la longitud de un lado del cuadrado. Sea y la longitud de la altura del rectángulo. El coste en función de x e y es $C(x, y) = 16x^2 + 10 \cdot 2y^2$. Como $450 = 4x + 6y$,

$$x = \frac{450 - 6y}{4},$$

el coste puede escribirse sólo en función de y, resultando $C(y) = (450 - 6y)^2 + 20y^2$. $C'(y) = 0 \iff y = 48,214$ y, a que $C''(y) = 112 > 0$, $y = 48,214$ es un mínimo. El valor de x correspondiente es

$$x = \frac{450 - 6 \cdot 48,214}{4} = 40,179.$$

Por tanto, el alambre debe dividirse en dos trozos, uno de longitud $4x = 160,716$ cm y otro de longitud $6y = 289,284$ cm.

B.4. *a*) Sea D_1 el evento “la carta eliminada es de diamantes” y sea D_2 el evento “la carta observada es de diamantes".

$$P(D_2) = P(D_2|D_1)P(D_1) + P(D_2|D_1^c)P(D_1^c) = \frac{12}{51} \cdot \frac{1}{4} + \frac{13}{51} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

b)

$$P(D_1^c|D_2^c) = \frac{P(D_2^c|D_1^c)P(D_1^c)}{P(D_2^c)} = \frac{\frac{38}{51} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{38}{51}$$

B.5. *a*) $z_{\alpha/2} = 1{,}96;\ \ z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1{,}96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{10}} = 7{,}8 \Longrightarrow \sigma = 12{,}58.$

b) $P(-10 < \overline{X} - \mu < 10) = P\left(\frac{-10}{20/\sqrt{10}} < Z < \frac{10}{20/\sqrt{10}}\right) = P(-\sqrt{10}/2 < Z < \sqrt{10}/2)$

$$= 1 - 2P(Z > \sqrt{10}/2) = 2P(Z < \sqrt{10}/2) - 1 = 2 \cdot 0{,}9429 - 1 = 0{,}8858.$$