MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Justificación de la existencia de la inversa .... 0,25 puntos.
Cálculo correcto de la inversa .... 0,75 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Despeja correctamente X.. 0,50 puntos.
Solución correcta de la ecuación .... 0,50 puntos

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Expresión correcta de la primitiva... 0,25 puntos.
Planteamiento correcto .... 0,25 puntos.
Obtención del valor correcto del parámetro .... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Expresión correcta de la ecuación de la recta tangente .... 0,25 puntos.
Cálculo correcto de la pendiente de la tangente .... 0,50 puntos.
Ecuación correcta de la recta tangente .... 0,25 puntos.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Obtención correcta del dominio .... 0,25 puntos
Estudio de la continuidad si $x \neq 0$ .... 0,25 puntos.
Estudio de las discontinuidades.. .0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Estudio no existencia de asíntotas horizontales y verticales .... 0,50 puntos
Estudio de la no existencia de asíntota oblicua por la izquierda .... 0,25 puntos.
Estudio de la existencia de asíntota oblicua por la derecha................... 0,25 puntos.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad .... 0,50 puntos.
Cálculo correcto de la probabilidad.. 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad .... 0,50 puntos.
Cálculo correcto de la probabilidad.. 0,50 puntos.

Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ .... 0,25 puntos.
Expresión correcta de la fórmula del intervalo de confianza .... 0,25 puntos.
Determinación correcta del intervalo.. 0,50 puntos

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ .... 0,25 puntos.
Planteamiento correcto .... 0,25 puntos.
Obtención correcta del tamaño mínimo... 0,50 puntos

NOTA: La resolución de los ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Planteamiento correcto de las ecuaciones... 1 punto.

Resolución correcta del sistema .... 1 punto.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Representación correcta de la región factible.. 0,75 puntos.

Obtención correcta de los vértices... 0,75 puntos.

Encontrar el punto de valor máximo y su valor..................................... 0,50 puntos

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Determinación correcta de la derivada .... 0,25 puntos.

Determinación correcta de los intervalos .... 0,75 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto .... 0,25 puntos.

Cálculo correcto de la integral indefinida .... 0,50 puntos.

Cálculo correcto del área .... 0,25 puntos.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad .... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad .... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad... 0,50 puntos.

Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de la media .... 0,25 puntos.

Cálculo correcto de la desviación.. 0,50 puntos.

Expresión correcta de la distribución de la proporción .... 0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad .... 0,25 puntos.

Tipificación correcta de la variable .... 0,25 puntos.

Determinación correcta de la probabilidad.. 0,50 puntos.

NOTA: La resolución de los ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.

SOLUCIONES

A.1. *a*) $|A| = 2 \implies A$ es invertible y su inversa es

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & -1/2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1/2 & -1/2 & 3/2 \end{pmatrix}$$

b)

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \implies X = A^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 0 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

A.2. *a*)

$$\int_0^1 f(x)\,dx = \int_0^1 (6x^2 + ae^x - 2)\,dx = \big[(2x^3 + ae^x - 2x\big]_0^1 = a(e-1)$$

Por tanto, $a(e-1) = e - 1 \Rightarrow a = 1$

b) $f(x) = 6x^2 + e^x - 2$

Ecuación de la recta tangente a la gráfica en $x_0 = 0$: $\quad y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

$$y_0 = f(0) = -1, \quad f'(x) = 12x + e^x \Rightarrow f'(0) = 1$$

Por tanto, $y = x - 1$.

A.3. *a*) $Dom(f) = \mathbb{R}$ ya que son funciones racionales cuyos denominadores no se anulan o se anulan fuera de los intervalos en los que están definidas. Las funciones racionales que componen $f(x)$ son continuas en los tramos correspondientes. Por tanto para ver la continuidad de la función, basta analizar la situación en $x = 0$:

$$f(0) = 0$$

$$\lim_{x\to 0^+} \left(\frac{x^2+1}{x+1}\right) = 1, \qquad \lim_{x\to 0^-} \left(\frac{-x^4}{x^2+1}\right) = 0$$

Entonces, no existe el límite en $x = 0$ y la función presenta una discontinuidad de salto finito en este punto.

b)

- Asíntotas verticales: no tiene.
- Asíntotas horizontales: no tiene.

$$\lim_{x\to -\infty} f(x) = -\infty \qquad \lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$$

- Asíntotas oblícuas: $y = mx + n$

$$\lim_{x\to -\infty} \left(\frac{f(x)}{x}\right) = \lim_{x\to -\infty} \left(\frac{-x^4}{x(x^2+1)}\right) = \infty$$

$$\lim_{x\to +\infty} \left(\frac{f(x)}{x}\right) = \lim_{x\to +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x(x+1)}\right) = 1 = m$$

$$\lim_{x\to +\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x\to +\infty} \left(\frac{x^2+1}{(x+1)} - x\right) = -1$$

La recta $y = x - 1$ es asíntota oblícua cuando $x \to \infty$. Cuando $x \to -\infty$, no hay asíntota oblicua.

A.4. *a*) Por definición $P(B \mid A) = P(A \cap B)/P(A)$ y $P(\bar{B} \mid A) + P(B \mid A) = 1$, entonces

$$P(A \cap B) = P(B \mid A) \cdot P(A) = \big(1 - P(\bar{B} \mid A)\big) \cdot P(A) = (1 - 0{,}89) \cdot 0{,}55 = 0{,}061.$$

b) La probabilidad pedida es

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{B}) - P(\bar{A} \cap B) = 1 - P(B) - P(A) \cdot P(\bar{B} \mid A) = 1 - 0{,}1 - (0{,}55 \cdot 0{,}89) = 0{,}411.$$

A.5. *a*) $z_{\alpha/2} = 1{,}96;\ z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1{,}96 \cdot \frac{10}{\sqrt{20}} = 4{,}383$. El intervalo es $(195{,}617; 204{,}383)$

b) $z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 0,5 \Longrightarrow 1{,}645 \cdot \frac{10}{\sqrt{n}} < 0{,}5 \Longrightarrow n = 1083.$

B.1. Sean x =buñuelos de chocolate, y =buñuelos de nata y z =buñuelos de crema.

$$\left\{\begin{array}{rcl} x + y + z &=& 220 \\ y - 2z &=& 0 \\ 3x - 2y + 2z &=& 0 \end{array}\right. \Longrightarrow$$

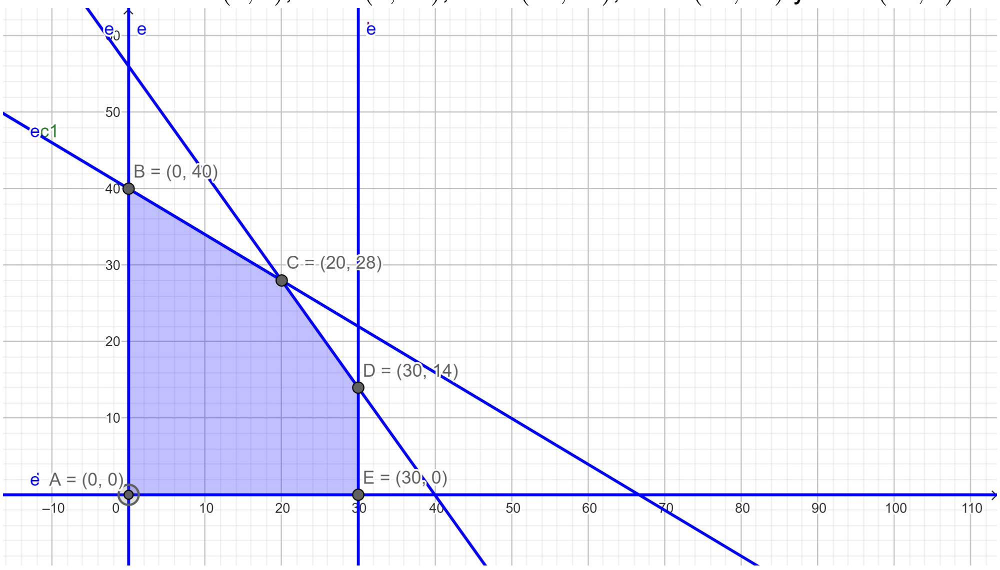
$$(A|B) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 220 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & -2 & 2 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{f_3-3f_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 220 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & -5 & -1 & -660 \end{array}\right) \xrightarrow{f_3-5f_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 220 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -11 & -660 \end{array}\right)$$

Por tanto, la solución es $z = 60$, $y = 120$, $x = 40$.

B.2. Sea x : litros de pintura VERDE1 producida e y : litros de pintura VERDE2 producida. Entonces:

$$S = \{0{,}3x + 0{,}5y \leq 20; 0{,}7x + 0{,}5y \leq 28; x \leq 30; x \geq 0; y \geq 0\},$$

con vértices $A = (0, 0)$, $B = (0, 40)$, $C = (20, 28)$, $D = (30, 14)$ y $E = (30, 0)$.



La función beneficio es $B(x, y) = 1x + 1{,}2y$. Evaluamos en los vértices de la región factible obtenidos:

- $B(0, 0) = 0$
- $B(0, 40) = 48$
- $B(20, 28) = 53{,}6 \rightarrow$ Máximo
- $B(30, 14) = 46{,}8$
- $B(30, 0) = 30$

El máximo beneficio se obtiene fabricando 20 litros de pintura VERDE1 y 28 litros de pintura VERDE2, y se obtiene un beneficio de 56.3 euros.

B.3. *a*) f(x) es continua y derivable $\forall x \in \mathbb{R}$

$$f'(x) = -3x^2 + 4x + 4$$

$f'(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -3x^2 + 4x + 4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \in \{\frac{-2}{3}, 2\}$

En $x \in \left(-\infty, \frac{-2}{3}\right)$ $\ f'(x) < 0\ \ y\ \ f(x)$ es decreciente.

En $x \in \left(\frac{-2}{3}, 2\right)$ $\ f'(x) > 0\ \ y\ \ , f(x)$ es creciente.

En $x \in (2, +\infty)$ $\ f'(x) < 0\ \ y\ \ f(x)$ es decreciente.

b) Puntos de corte entre las dos funciones:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow -x^3 + 2x^2 + 4x = 4x \Leftrightarrow x \in \{0, 2\}$$

En (0,2) la función $f(x)$ no cambia de signo ni tampoco lo hace la función $g(x)$. Ambas funciones son mayores que cero en este intervalo y, además, $f(x) > g(x)\,\forall x \in (0, 2)$. Entonces,

$$\acute{A}rea = \int_0^2 (f(x) - g(x))\, dx = \int_0^2 (-x^3 + 2x^2)\, dx = 4/3\, u^2$$

B.4. Definimos los sucesos M ='financiada por el ministerio', Ob ='enseñanza obligatoria'; U ='enseñanza universitaria' y PNU ='enseñanza postobligatoria no universitaria'.

a) La probabilidad pedida es:

$$\begin{array}{rcl} P(M) &=& P(M \mid Ob)P(Ob) + P(M \mid U)P(U) + P(M \mid PNU)P(PNU) = \\ &=& 0{,}138 \cdot 0{,}565 + 0{,}861 \cdot 0{,}24 + 0{,}803 \cdot 0{,}195 = 0{,}441. \end{array}$$

b) La probabilidad pedida es:

$$P(Ob \mid M) = \frac{P(M \mid Ob)P(Ob)}{P(M)} = \frac{0{,}138 \cdot 0{,}565}{0{,}441} = 0{,}177.$$

B.5. *a*) La variable proporción X sigue aproximadamente una distribución normal de media $0{,}30$ y desviación típica

$$\sqrt{\frac{0{,}30 \cdot 0{,}70}{120}} = 0{,}0418.$$

b) $P(X > 0,35) = P\left(Z > \frac{0{,}35-0{,}30}{0{,}0418}\right) = 1 - P\left(Z \leq 1{,}2\right) = 1 - 0{,}8849 = 0{,}1151.$