A.4. Calificación máxima: 2.5 puntos.

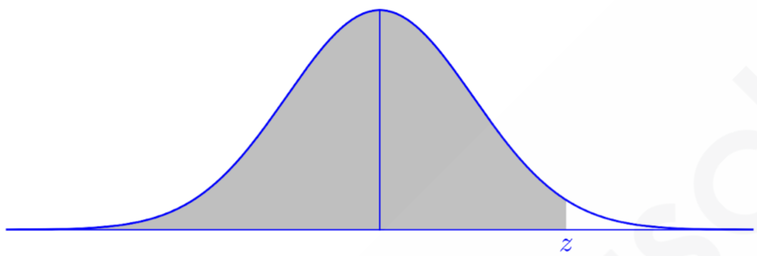
Según el Instituto Nacional de Estadística, durante el último trimestre de 2020, el porcentaje de mujeres que pertenecía al conjunto de Consejos de Administración de las empresas que componen el Ibex-35 fue del 27.7 %. Se reunieron 10 de estos consejeros.

a) (0.75 puntos) Halle la probabilidad de que la mitad fueran mujeres.

b) (0.75 puntos) Calcule la probabilidad de que hubiese al menos un hombre.

c) (1 punto) Determine, aproximando mediante una distribución normal, la probabilidad de que en un congreso de doscientos consejeros de estas empresas hubiera como mínimo un 35 % de representación femenina.

Distribución Normal



Ejemplo: si Z tiene distribución $N(0,1)$, $P(Z < 0{,}45) = 0{,}6736$.

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

Solución:

A.4.

a) Sea $X =$ "número de mujeres en 10 consejeros", $X \sim B(10; 0.277)$.
$P(X = 5) = \binom{10}{5} 0.277^5 \cdot (1 - 0.277)^5 \approx 0.0811878.$
b) $1 - P(X = 10) = 1 - 0.277^{10} \approx 0.999997.$
c) Tenemos que $p = 0.277$, $q = 0.723$ y $n = 200$. Como $np > 5 \Rightarrow$ la variable X se puede aproximar por $X' \sim N(55.4; 6.33)$
$P(X \geqslant 70) = P(X' \geqslant 69.5) = P(Z \geqslant 2.23) = 1 - 0.9871 = 0.0129.$

B.4. Calificación máxima: 2.5 puntos.

De una cesta con 6 sombreros blancos y 3 negros se elige uno al azar. Si el sombrero es blanco, se toma, al azar, un pañuelo de un cajón que contiene 2 blancos, 2 negros y 5 con cuadros blancos y negros. Si el sombrero es negro, se elige, al azar, un pañuelo de otro cajón que contiene 2 pañuelos blancos, 4 negros y 4 con cuadros blancos y negros. Se pide:

a) (1 punto) Calcular la probabilidad de que en el pañuelo aparezca algún color que no sea el del sombrero.

b) (0.5 puntos) Calcular la probabilidad de que en al menos uno de los complementos (sombrero o pañuelo) aparezca el color negro.

c) (1 punto) Calcular la probabilidad de que el sombrero haya sido negro, sabiendo que el pañuelo ha sido de cuadros.

Solución:

B.4.

a) Se tienen 6 posibles sucesos elementales incompatibles, Bb, Bn, Bc, Nb, Nn y Nc, donde la primera letra indica el color del sombrero (Blanco o Negro), y la segunda cómo es el pañuelo ($\mathrm{b}$lanco, $\mathrm{n}$egro o de $\mathrm{c}$uadros). Se pide calcular la probabilidad del suceso $\mathrm{Bn} \cup \mathrm{Bc} \cup \mathrm{Nb} \cup \mathrm{Nc}$. Puesto que los sucesos son incompatibles,

$$P(\mathrm{Bn} \cup \mathrm{Bc} \cup \mathrm{Nb} \cup \mathrm{Nc}) = 1 - P(\mathrm{Bb} \cup \mathrm{Nn}) = 1 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{9} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}\right) = \frac{97}{135}.$$

b) El suceso del que piden la probabilidad es el contrario del suceso Bb, y así

$$P(\text{en algún complemento aparece el color negro}) = 1 - P(\mathrm{Bb}) = 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{9} = \frac{27-4}{27} = \frac{23}{27}.$$

c) Por la regla de Bayes, se tiene:

$$P\big(\text{sombrero negro}|\text{pañuelo de cuadros}\big) = \frac{P\big(\text{sombrero negro y pañuelo de cuadros}\big)}{P(\text{pañuelo de cuadros})} = \frac{P(\mathrm{Nc})}{P(\mathrm{Bc}) + P(\mathrm{Nc})} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{9} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}} = \frac{9}{34}.$$