A.1. Calificación máxima: 2.5 puntos.

En una obra, para transportar la tierra extraída para la construcción de los cimientos de un edificio, se usan tres tipos de camiones diferentes: A, B y C. Los camiones de tipo A tienen una capacidad de 14 toneladas, los de tipo B, de 24 toneladas y los de tipo C, de 28 toneladas. Habría que traer un camión más de tipo A para igualar al número de camiones restantes. El $10\,\%$ de la capacidad de todos los camiones tipo B supone un séptimo de la de los de mayor tonelaje. Hoy, realizando un único viaje cada camión a máxima capacidad, se han extraído de la obra 302 toneladas de tierra. ¿Cuanta tierra ha sido transportada hoy por los camiones de cada tipo?

Solución:

A.1.

Sea $x =$ nº de camiones tipo A, $y =$ nº de camiones tipo B, $z =$ nº de camiones tipo C. Se tiene:

$$\left.\begin{array}{l} x+1=y+z \\ \dfrac{10}{100}\cdot 24y=\dfrac{1}{7}\cdot 28z \\ 14x+24y+28z=302 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x-y-z=-1 \\ 3y-5z=0 \\ 7x+12y+14z=151 \end{array}\right\} \Rightarrow x=7,\ y=5,\ z=3$$

Luego los 7 camiones de tipo A transportan 98 toneladas de tierra, los 5 camiones tipo B transportan 120 toneladas de tierra y los 3 camiones de tipo C transportan 84 toneladas de tierra.

B.1. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dado el sistema $\left\{\begin{array}{ccccccc} (a+1)x & + & 4y & & & = 0 \\ & & (a-1)y & + & z & = 3 \\ 4x & + & 2ay & + & z & = 3 \end{array}\right.$, se pide:

a) (1.25 puntos) Discutirlo en función del parámetro a.

b) (0.5 puntos) Resolverlo para $a = 3$.

c) (0.75 puntos) Resolverlo para $a = 5$.

Solución:

B.1.

a) Sea A la matriz de los coeficientes y A' la matriz ampliada, $|A| = -(a^2 + 2a - 15) = 0 \Leftrightarrow a = -5$ y $a = 3$.
Si $a \neq 3$ y $a \neq -5 \Rightarrow \text{rango}A = \text{rango}A' = 3 =$ nº de incógnitas $\Rightarrow$ Sistema compatible determinado.
Si $a = 3$ o $a = -5 \Rightarrow \text{rango}A = \text{rango}A' = 2 <$ nº de incógnitas $\Rightarrow$ Sistema compatible indeterminado.

b) Para $a = 3$, resulta $\left.\begin{array}{r} x + y = 0 \\ 2y + z = 3 \end{array}\right\} \Rightarrow x = \lambda,\ \ y = -\lambda,\ z = 3 + 2\lambda,\quad \forall \lambda \in \mathbb{R}.$

c) Para $a = 5$, como $|A| = -20$, $|A_x| = 0$, $|A_y| = 0$, $|A_z| = 3|A| = -60 \Rightarrow x = 0,\ \ y = 0,\ \ z = 3.$